

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Міністерство освіти і науки України

Вінницький національний технічний університет
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ІЗМАЙЛОВ АРТЕМ ВІКТОРОВИЧ

УДК 004.383.3:[517.51-022.217-025.54]

ДИСЕРТАЦІЯ

**МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ
ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ**

05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти
Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело
..... А.В. Ізмайлов

Науковий керівник Петришин Любомир Богданович, докт. техн. наук, професор

Івано-Франківськ – 2020

АНОТАЦІЯ

Ізмайлов А.В. Методи та засоби трійкових симетричних перетворень для цифрової обробки інформації. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.05 «Комп'ютерні системи та компоненти». – Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ. – Вінницький національний технічний університет, Вінниця, 2020.

У дисертаційній роботі поставлена та вирішена актуальна задача зменшення обсягу пам'яті для зберігання корельованих даних шляхом розробки методів та засобів цифрової обробки інформації на основі трійкових симетричних перетворень.

Наукова новизна отриманих результатів дисертаційного дослідження:

1. Уперше запропоновано метод ортогонального перетворення інформації, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання системи ортогоналізованих добутоків трійкових симетричних функцій і забезпечує ущільнення послідовностей даних за рахунок зменшення взаємної кореляції їх елементів і, як наслідок, зменшення від 44 до 66% обсягу пам'яті комп'ютерної системи, необхідного для зберігання результатів перетворення.
2. Уперше запропоновано метод неперервного вейвлет-перетворення, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання неперервних трійкових симетричних функцій і забезпечує підвищення точності розпізнавання короткотермінових особливостей та характеристик послідовностей даних, накладених на довготермінові, від 50 до 100% і, як наслідок, підвищення точності результатів функціонування комп'ютерних засобів, які використовуються для ідентифікації сигналів та автоматичного контролю технологічних процесів.

3. Уперше запропоновано метод дискретного вейвлет-перетворення, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання дискретних трійкових симетричних функцій і трьох банків фільтрів довжиною 3 та забезпечує пришвидшення процесу обчислення вейвлет-коефіцієнтів від 11 до 50%, а також зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання результатів перетворення до 57%.
4. Уперше запропоновано структурні моделі спеціалізованих процесорів для реалізації швидких трійкових симетричних ортогонального та дискретного вейвлет-перетворень, які, на відміну від відомих моделей, передбачають використання запропонованих трьохоперандових операційних блоків та банків цифрових фільтрів довжиною 3 і забезпечують зменшення обсягів пам'яті, необхідних для зберігання даних, у комп'ютерних засобах для ідентифікації сигналів та автоматичного контролю технологічних процесів та зменшення їх апаратної складності.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що:

1. Розроблено спеціалізований процесор для ортогонального перетворення на основі системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій, який застосовано у якості компонента пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу, для яких, у порівнянні з існуючими засобами ортогональних перетворень, зменшено обсяг пам'яті, необхідний для зберігання даних, і забезпечено збільшення часу автономного функціонування і підвищення точності обліку. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки високочастотних даних з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах обліку витрат та контролю параметрів передачі рідин і газів та у системах обробки і передачі даних телеметрії.
2. Розроблено загальну структуру спеціалізованого процесора та прикладне програмне забезпечення для дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій, які застосовано у якості компонентів

комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2, для якого, у порівнянні з існуючими засобами вейвлет-перетворень, зменшено обсяг пам'яті, необхідний для зберігання даних, при одночасному зменшенні похибки відновлення і забезпечено підвищення точності моніторингу процесів видобутку. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки послідовностей значень технологічних параметрів, які мають періодичний характер, з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів стану бурового і виробничого обладнання.

Проаналізовано галузі застосування ортогональних і вейвлет-перетворень, переваги та недоліки існуючих базисів таких перетворень і відповідних засобів цифрової обробки інформації. У результаті визначено, що для подолання недоліків, пов'язаних з ефективністю розв'язання такими засобами задач ущільнення інформації, необхідно модифікувати відповідні перетворення, чим підвищено апаратну складність відповідних засобів. У зв'язку з цим, визначено, що синтез перетворень на основі відмінних від застосованих, систем функцій є перспективним способом зменшення обсягів пам'яті, необхідних для зберігання даних, у системах цифрової обробки інформації при одночасному зменшенні апаратної складності їх компонентів.

Запропоновано систему ортогоналізованих добутоків трійкових симетричних функцій. Для запропонованої системи функцій доведені властивості лінійної незалежності, попарної ортогональності функцій та повноти.

Запропоновано метод дискретного трійкового симетричного ортогонального перетворення. Визначено рекурентні властивості матриць запропонованого перетворення, на основі яких, для запропонованого методу

розроблено швидкий алгоритм перетворення за принципом divide-and-conquer, для якого оцінено операційну складність.

Запропоновано синтез материнського вейвлета на основі запропонованої системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій. Обґрунтовано властивості запропонованого трійкового симетричного материнського вейвлета.

Запропоновано метод неперервного трійкового симетричного вейвлет-перетворення. Доведено ефективність застосування запропонованого методу для розв'язання задач виявлення короткотермінових особливостей та характеристик інформаційних сигналів, які накладені на довготермінові.

Запропоновано метод дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення. Для синтезу запропонованого перетворення уведено масштабну функцію та запропоновано застосування додаткового (другого) материнського вейвлета. Обґрунтовано властивості запропонованих масштабної функції та допоміжної вейвлет-функції, а також, їх сумісність із запропонованим трійковим симетричним вейвлетом. Визначено дискретні фільтри декомпозиції та відновлення, а також, фільтрову форму швидкого дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення. На основі визначених фільтрів доведено властивість ортогональності запропонованого дискретного вейвлет-перетворення.

Розроблено та здійснено моделювання спеціалізованого процесора для трійкового симетричного ортогонального перетворення на основі ПЛІС. Розроблений засіб задовольняє наступні функціональні вимоги: реалізація інфообміну із зовнішніми компонентами системи цифрової обробки інформації, реалізація перетворення вхідної послідовності даних за допомогою процедури відповідного швидкого перетворення та утворення вихідної послідовності коефіцієнтів. Для запропонованого засобу розроблено структурні схеми.

Розроблено та здійснено апаратну реалізацію апаратно-програмного спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення на основі мікроконтролера. Програмна складова засобу

реалізована розробленою програмою «Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer», яка забезпечує: інфообмін персонального комп'ютера з апаратною складовою засобу; підтримання діалогу з користувачем; зчитування вхідних даних та збереження результатів перетворення у вигляді файлу та вибір типу перетворення (пряме/обернене). Для запропонованого засобу розроблено структурні та принципові схеми.

Здійснено кількісну оцінку ефективності застосування запропонованих методів та засобів дискретних трійкових симетричних перетворень для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, у порівнянні з існуючими перетвореннями. На основі отриманих результатів оцінки доведено ефективність їх застосування для відповідних задач цифрової обробки інформації.

Запропоновано застосування розробленого спеціалізованого процесора для трійкового симетричного ортогонального перетворення у якості компонента пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, що у випадку проаналізованих пристроїв, зумовило відповідне збільшення часу автономного функціонування та підвищення точності обліку.

Запропоновано застосування розробленого спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, при одночасному зменшенні похибки відновлення.

Одержані наукові результати впроваджено у Івано-Франківському спеціальному конструкторському бюро засобів автоматизації.

Результати наукових досліджень використано у навчальному процесі кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Ключові слова: цифрова обробка інформації, ущільнення даних, дискретне ортогональне перетворення, неперервне вейвлет-перетворення, дискретне вейвлет-перетворення, материнський вейвлет, трійкові симетричні функції, ортогоналізовані добутки трійкових симетричних функцій, трійкові симетричні перетворення.

ABSTRACT

Artem V. Izmailov. Methods and devices of symmetric ternary transforms for digital information processing. – Qualification research paper, manuscript copyright.

Thesis for the degree of Ph.D. in technical science in specialty 05.13.05 «Computer Systems and Components». – Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ivano-Frankivsk. – Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, 2020.

In this thesis an actual task of reducing the amount of memory for correlated data storage by developing methods and devices of digital information processing based on symmetric ternary transforms was presented and solved.

Scientific novelty of the thesis results:

1. For the first time, method of orthogonal transform of information that unlike the existing methods is based on system of orthogonalized products of symmetric ternary functions is proposed. It provides data compaction through reduction of the correlation between their elements. As the result, it leads to reduction of memory required for storage of the transform results from 44 to 66%.
2. For the first time, method of continuous wavelet transform that unlike the existing methods is based on continuous symmetric ternary functions is proposed. It provides increased recognition accuracy of identifying the short-term characteristics of data sequences that are imposed over the long-term ones, from 50 to 100%. As the result, it leads to increased accuracy of the functioning results of the computerized systems used for signal identification and automatic control of technological processes.

3. For the first time, method of discrete wavelet transform that unlike the existing methods is based on discrete symmetric ternary functions and three filter banks with the length of 3 is proposed. It provides increased speed of the calculation process for wavelet coefficients at the level from 11 to 50% and reduction of memory required for storage of the transform results for up to 57,2%.
4. For the first time, structural models of specialized processors for implementation of the fast symmetric ternary orthogonal and discrete wavelet transforms were proposed. Unlike the existing models, they involve usage of the three-operand operational blocks and banks of digital filters with the length of 3 and provide reducing the amount of memory for data storage in computerized means for signal identification and automatic control of technological processes and reducing their hardware complexity.

Practical significance of the thesis results:

1. Device of orthogonal transform based on system of orthogonalized products of symmetric ternary functions is developed and applied as the component of the devices for gas accounting and transmission control. It provides reduction of memory required for data storage, increased time of autonomous functioning and higher accounting accuracy for such devices in comparison to existing devices of orthogonal transforms. The proposed device is recommended for use in systems of digital processing of the highly correlated data with the permissible level of data recovery error up to 5%, e.g. in systems of expenses accounting of liquids and gases or in systems of processing and transmission of the telemetry data.
2. General structure of the device and the application software for discrete wavelet transform based on symmetric ternary functions are developed and applied as the components of the complex for ground-based control and management of drilling oil and gas wells "SKUB-M2". It provides reduction of memory required for data storage, reduction of data recovery error and higher accuracy for monitoring of the drilling processes in comparison to existing devices of wavelet transforms. The proposed device is recommended for use in systems of digital

processing of the periodic sequences of technological parameters with the permissible level of data recovery error up to 5%, e.g. in systems of monitoring and control of the state parameters of drilling and production equipment.

Application areas of orthogonal and wavelet transforms with advantages and disadvantages of existing bases of such transforms and corresponding devices of digital information processing are analyzed. As the result, it is determined that in order to overcome the disadvantages associated with the effectiveness of information compression of such devices, it is necessary to modify the corresponding transforms, which increases the hardware complexity of the corresponding devices. In this regard, it is determined that the synthesis of transforms on the basis of function systems different from the applied is a promising way to reduce the amount of memory for data storage in systems of digital information processing with the simultaneous reduction of their hardware complexity.

System of orthogonalized products of symmetric ternary functions is proposed. For the proposed system of functions, the properties of linear independence, pairwise orthogonality of functions and completeness are proved.

Method of discrete symmetric ternary orthogonal transform is proposed. The recurrence properties of the matrices of the proposed transform are determined. On their basis, the respective fast divide-and-conquer algorithm is developed for which the operational complexity is estimated.

Synthesis of mother wavelet on the basis of the proposed system of orthogonalized products of symmetric ternary functions is proposed. The properties of the proposed symmetric ternary mother wavelet are proved.

Method of the continuous symmetric ternary wavelet transform is proposed. The application efficiency of the proposed method for solving the problems of detecting short-term characteristics of the information signals that are imposed on the long-term ones is proved.

Method of the discrete symmetric ternary wavelet transform is proposed. For synthesis of the proposed transform a scaling function is introduced and the use of an

additional (second) mother wavelet is proposed. The properties of the proposed scaling function and the auxiliary wavelet function, as well as their compatibility with the proposed symmetric ternary wavelet, are proved. Discrete decomposition and recovery filters, as well as the filter form of the fast discrete symmetric ternary wavelet transform are determined. On the basis of the proposed filters, the property of orthogonality of the proposed discrete wavelet transform is proved.

Device of the symmetric ternary orthogonal transform based on the FPGA is developed and simulated. The developed device satisfies the following functional requirements: the implementation of information exchange with external components of the digital information processing system, the realization of the transform of the input data sequence using the procedure of the corresponding fast transform and the formation of the output sequence of the transform coefficients. Structural schemes are developed for the proposed device.

Device of the discrete symmetric ternary wavelet transform based on the microcontroller is developed and implemented. The software component of the device is implemented by the developed program "Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer", which provides: information exchange between the personal computer and the device; maintaining dialogue with the user; reading the input data from the file; saving transform results as a file and selection between direct and inverse types of the transform. Structural and principle schemes are developed for the proposed device.

The efficiency of the reduction of memory required for data storage is estimated for the proposed methods and devices of discrete symmetric ternary transforms in comparison with the existing transforms. On the basis of the obtained results, the efficiency of their application for the corresponding tasks of digital information processing is proved.

Application of the developed device of symmetric ternary orthogonal transform as the component of the devices for gas accounting and transmission control is proposed. It provides reduction of memory required for data storage, which in case of analyzed devices results in the increased time of autonomous functioning and higher accounting accuracy.

Application of the developed device of discrete symmetric ternary wavelet transform as the component of the complex for ground-based control and management of drilling oil and gas wells “SKUB-M2” is proposed. It provides reduction of memory required for data storage with the simultaneous reduction of data recovery error.

The obtained scientific results are implemented in research project at Ivano-Frankivsk Special Design Bureau of Automation.

The obtained scientific results are introduced in the educational process of the Department of Computer Science and Information Systems at Vasyl Stefanyk Precarpathian National University.

Keywords: digital information processing, data compression, discrete orthogonal transform, continuous wavelet transform, discrete wavelet transform, mother wavelet, symmetric ternary functions, orthogonalized products of symmetric ternary functions, symmetric ternary transforms.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- [1] I. Holub, and A. Izmailov, “Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions – Analiza właściwości transformaty falkowej na podstawie trójkowych symetrycznych funkcji,” *Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego AGH*, no. 35, pp. 87-94, 2018.
- [2] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Трійкові симетричні функції та їх застосування у цифровій обробці інформації,” *Системи обробки інформації*, № 4 (141), с. 41-44, 2016.
- [3] А. В. Ізмайлов, “Ефективність застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації,” *Методи та прилади контролю якості*, № 1 (40), с. 97-104, 2018.
- [4] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Цифрова обробка інформації в розосереджених системах управління із застосуванням швидкого

ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій,” *Системи обробки інформації*, № 3 (154), с. 79-89, 2018.

- [5] А. В. Ізмайлов, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування у комп’ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ,” *Системи обробки інформації*, № 3 (158), с. 54-64, 2019.
- [6] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Аналіз властивостей систем трійкових симетричних функцій та їх застосування для цифрової обробки інформації у комп’ютеризованих системах управління,” в *Інформаційні технології: сучасний стан та перспективи. Монографія за заг. ред. В.С. Пономаренка*, Х., ТОВ «ДІСА ПЛЮС», 2018, с. 208-222.
- [7] A. Izmailov, and L. Petryshyn, “Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms,” in *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kiev, 2017, pp. 836-841.
- [8] A. Izmailov, “Symmetric Ternary Wavelet Transform and Its Application in Digital Information Processing,” in *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Lviv, 2019, pp. 1127-1132.
- [9] T. Volchok, M. Petryshyn, A. Izmailov, and A. Kostiuk, “Signal decomposition techniques on ternary symmetrical functions,” in *Materiały 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2014, p. 286.
- [10] A. Izmailov, “Properties of bases and function systems, the effectiveness of their use in digital information processing,” in *Materiały 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, Polska, 2014, p. 271.
- [11] А. В. Ізмайлов, “Аналіз властивостей лінійно збіжних дискретних базисів та систем функцій,” в *Інформатика, інформаційні системи та технології: матеріали XII Всеукр. конф. студентів і молодих науковців*, Одеса, 2015, с. 58-59.

- [12] A. Izmailov, "Effectiveness analysis of bases and function systems used in digital information processing," in *Materialy 52 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2015, p. 281.
- [13] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, "Аналіз базисів та систем функцій, обґрунтування ефективності застосування трійкових симетричних функцій у цифровій обробці інформації," в *Методи і засоби діагностики в техніці та соціумі : матеріали V Міжнародної міжвузівської школи-семінару*, Івано-Франківськ, 2015, с. 41-44.
- [14] А. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів," в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я : матеріали XXIV Міжнар. наук.-практ. конф., Ч.IV*, Харків, 2016, с. 141.
- [15] А. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів," в *Інформаційні технології – 2016 : матеріали III Української конф. молодих науковців*, Київ, 2016, с. 170-172.
- [16] А. В. Ізмайлов, "Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень," в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2017 : матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2017, с. 169-170.
- [17] А. В. Ізмайлов, "Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень," в *Комп'ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2017, с. 60-62.
- [18] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, "Властивості методів частотного аналізу цифрових сигналів," в *Комп'ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної*

конференції молодих вчених, аспірантів та студентів, Івано-Франківськ, 2017, с. 63-65.

- [19] I. Holub, and A. Izmailov, "Properties of Methods for Frequency Analysis of Digital Signals," in *Materialy 54 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2017, p. 262.
- [20] А. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень," в *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2017, с. 187-190.
- [21] А. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень," в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я : тези доповідей XXV Міжнар. наук.-практ. конф. MicroCAD-2017*, Харків, 2017, с. 84.
- [22] А. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки сигналів на основі ортогональних перетворень," в *Інформаційні системи і технології : матеріали Шостої Міжнародної науково-технічної конференції*, Харків, 2017, с. 232-233.
- [23] А. В. Ізмайлов, "Застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації," в *Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації : тези доповідей Шостої Міжнародної науково-практичної конференції*, Вінниця, 2017, с. 93-96.
- [24] А. В. Ізмайлов, "Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі вейвлет-перетворень," в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2018 : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2018, с. 108-109.

- [25] А. В. Ізмайлов, “Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій та способи його швидкого обчислення у цифровій обробці інформації,” в *Проблеми і перспективи розвитку IT-індустрії : матеріали Міжнародної науково-практичної конференції*, Харків, 2018, с. 32.
- [26] I. Holub, and A. Izmailov, “Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions,” in *Materiały 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 271.
- [27] A. Izmailov, “Application Effectiveness of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions,” in *Materiały 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 274.
- [28] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2018, с. 152-155.
- [29] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для перетворення форми та цифрової обробки інформації у розподілених системах управління в умовах секторної кооперації,” в *Комп’ютерна алгебра та інформаційні технології: праці III Міжнародної науково-практичної конференції*, Одеса, 2018, с. 61-64.
- [30] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні системи і технології: матеріали Сьомої Міжнародної науково-технічної конференції*, Коблеве-Харків, 2018, с. 194-197.
- [31] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, “Детектування високочастотних характеристик цифрових сигналів на основі трійкового симетричного вейвлет-перетворення,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та*

системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів, Івано-Франківськ, 2018, с. 60-62.

- [32] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного вейвлет-перетворення для підвищення ефективності керування процесом буріння нафтових і газових свердловин,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів, Івано-Франківськ, 2018, с. 63-64.*
- [33] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення для підвищення ефективності функціонування пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів, Івано-Франківськ, 2018, с. 65-66.*
- [34] А. В. Ізмайлов, “Методи та засоби трійкових симетричних перетворень для цифрової обробки інформації,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції, Івано-Франківськ, 2019, с. 126-129.*

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	21
ВСТУП.....	22
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ОРТОГОНАЛЬНИХ ТА ВЕЙВЛЕТ- ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ	31
1.1 Перетворення у апаратно-програмних засобах цифрової обробки інформації.....	31
1.2 Аналіз методів та засобів цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень.....	38
1.2.1 Функції Віленкіна-Крестенсона та перетворення Фур'є у засобах цифрової обробки інформації	38
1.2.2 Методи та засоби перетворення Уолша.....	40
1.2.3 Перетворення на основі систем функцій золотого січення та Фібоначчі.....	44
1.2.4 Методи та засоби перетворення Хаара	47
1.3 Аналіз методів та засобів цифрової обробки інформації на основі вейвлет- перетворень	50
1.3.1 Методи та засоби вейвлет-перетворення Хаара.....	50
1.3.2 Методи та засоби вейвлет-перетворення Добеші	51
1.3.3 Методи та засоби перетворень на основі біортогональних вейвлетів	54
1.4 Критерії ефективності застосування методів та засобів ортогональних та вейвлет-перетворень у комп'ютеризованих і комп'ютерних системах і мережах.....	56
1.5 Визначення напрямку і формулювання задачі дослідження.....	61
Висновки до розділу 1.....	63

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ	64
2.1 Трійкові симетричні функції	64
2.1.1 Система трійкових симетричних функцій	64
2.1.2 Система добутків трійкових симетричних функцій	70
2.1.3 Система ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій	76
2.2 Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій	83
2.2.1 Метод ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій	83
2.2.2 Метод швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій	85
Висновки до розділу 2	107
РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ	109
3.1 Метод неперервного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій	109
3.2 Метод дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій	120
Висновки до розділу 3	131
РОЗДІЛ 4 РОЗРОБКА СТРУКТУР СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ ПРОЦЕСОРІВ ДЛЯ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ	132
4.1 Розробка та моделювання спеціалізованого процесора для трійкового симетричного ортогонального перетворення	132
4.2 Розробка та реалізація спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення	150

Висновки до розділу 4.....	158
РОЗДІЛ 5 РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ.....	160
5.1 Ефективність застосування методів та засобів трійкового симетричного ортогонального перетворення.....	160
5.1.1 Оцінка ефективності застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення для цифрової обробки інформації	160
5.1.2 Оцінка ефективності застосування спеціалізованого процесора для швидкого трійкового симетричного ортогонального перетворення	172
5.2 Ефективність застосування методів та засобів дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення	177
5.2.1 Оцінка ефективності застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації.....	177
5.2.2 Оцінка ефективності застосування апаратно-програмного спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення	185
Висновки до розділу 5.....	191
ВИСНОВКИ.....	193
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	196
ДОДАТКИ.....	210
ДОДАТОК А Тестові сигнали для оцінки ефективності застосування неперервних вейвлет-перетворень.....	211
ДОДАТОК Б Тестові сигнали для оцінки ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень	215

ДОДАТОК В Перелік елементів спеціалізованого процесора для швидкого трійкового симетричного вейвлет-перетворення.....	216
ДОДАТОК Г Тестові послідовності значень технологічного параметра механічного лівого моменту для оцінки ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень	217
ДОДАТОК Д Акти впровадження результатів дисертаційної роботи	220
ДОДАТОК Е Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.....	224

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ВП – вейвлет-перетворення.

ОП – ортогональне перетворення.

ЦО – цифрова обробка.

ТСВП – трійкове симетричне вейвлет-перетворення.

ТСОП – трійкове симетричне ортогональне перетворення.

ТС – трійковий(-а, -е, -і) симетричний(-а, -е, -і).

ТСФ – трійкові симетричні функції.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження.

Стрімкий розвиток науки і техніки зумовив появу нових задач у різних галузях економіки, управління, виробництва, сфери послуг, зв'язку та медицини. Для розв'язання цих задач розроблено відповідні технічні системи, які функціонують під управлінням комп'ютеризованих систем діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, а також, систем ідентифікації сигналів та автоматичного контролю технологічних процесів. Розробка та функціонування таких систем пов'язані з обробкою цифрових даних, яку неможливо забезпечити без застосування методів та засобів цифрової обробки (ЦО) інформації [1]-[3]. Ці методи та засоби, на відміну від методів та засобів ЦО сигналів, оперують цифровим представленням сигналів – цифровими даними [1]-[3].

Базовими методами обробки цифрових даних є методи ортогональних та вейвлет-перетворень, на основі яких функціонують відповідні програмно-апаратні засоби опрацювання інформації [1]-[6]. В основі кожного з цих перетворень лежить система функцій, якою визначені властивості відповідного перетворення та ефективність його застосування для обробки даних певного типу [1]-[6]. Відповідно, у зв'язку з розширенням переліку прикладних галузей ЦО інформації, існуючі перетворення не завжди задовольняють вимоги щодо якості результатів обробки даних у тій чи іншій галузі. Цим зумовлена необхідність синтезу нових перетворень, удосконалення існуючих та аналізу ефективності застосування відповідних методів та засобів, що забезпечить вдосконалення існуючих комп'ютеризованих і комп'ютерних систем і мереж та їх апаратних і програмних засобів.

Актуальним завданням розробки та вдосконалення комп'ютеризованих і комп'ютерних систем і мереж та їх апаратних і програмних засобів є зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних [1]-[6]. Зазначене завдання потребує першочергового вирішення для систем і мереж, частиною яких є

мобільні пристрої, для яких характерні невеликі обсяги вбудованої пам'яті та систем, які інтегровані у IoT (Internet of Things) системи. Один із підходів до розв'язання цього завдання полягає у застосуванні ортогональних та вейвлет-перетворень для створення апаратно-програмного забезпечення процесів зберігання та обробки інформації в комп'ютерних системах і мережах. При такому підході зберігають не самі дані, а коефіцієнти перетворення, частина з яких рівна нулю або близька до нуля. Такі коефіцієнти відкидають, а при відновленні даних – замінюють нулями. При цьому, порогові значення коефіцієнтів, якими можна знехтувати, визначають на основі допустимих похибок відновлення даних у заданій системі ЦО інформації [1]-[6].

При такому застосуванні ортогональних та вейвлет-перетворень, кількість близьких до нуля коефіцієнтів пов'язана із властивостями перетворення та типом даних, у тому числі, з рівнями автокореляції даних та відповідних їм коефіцієнтів перетворення [2]-[6]. Якщо послідовність даних володіє високим рівнем автокореляції, то розподіл енергії між її елементами близький до рівномірного і відкидання частини цих елементів приводить до високих значень похибок відновлення [2]-[6]. У такому випадку, застосування ортогональних та вейвлет-перетворень забезпечує утворення послідовності коефіцієнтів з нижчим рівнем автокореляції [2]-[6]. Відповідно, розподіл енергії між коефіцієнтами перетворення відмінний від рівномірного і у частині коефіцієнтів концентрація енергії вища, ніж у інших. Імовірність появи серед останніх, коефіцієнтів, якими можна знехтувати для зменшення обсягу пам'яті, збільшується із підвищенням декореляційних властивостей перетворення [4]-[6].

Проблемами розробки і удосконалення методів та засобів ортогональних та вейвлет-перетворень займаються наукові школи А. Белецького [7]-[9], Л.Б. Петришина [10]-[12], В.А. Лужецького [8, 9, 13], Л.А. Гнатіва [14, 15], С.В. Баловсяка [16, 17], С.А. Умняшкіна [18], А.В. Харченко [19, 20] та інших. Серед науковців зарубіжжя цими питаннями займаються І. Добеші [21], С. Малла [22], школа Н. Ахмеда та К. Рао [5, 23], Р. Вонг [24] та інші.

У практиці ЦО інформації доведено, що застосування кодування на основі трійкової симетричної (ТС) системи числення, породженої трійковими симетричними функціями (ТСФ), забезпечує приріст ефективності в межах $25\div 30\%$ (за критерієм інформаційної потужності кодової матриці та ефективності інфообміну) у порівнянні з двійковим кодуванням, а також кодовими системами Грея, Хаара та Уолша [25]-[29]. Відповідно, застосування кодування на основі ТС системи числення у системах ЦО інформації зменшує обсяг пам'яті, необхідної для зберігання даних.

Крім цього, встановлено, що оптимальними є розміри перетворення, які рівні степеням числа 3 [7]. При цьому, більшість існуючих перетворень має розміри рівні степеням числа 2, а перетворення з відмінними розмірами не мають апаратних реалізацій та існують виключно на теоретичному рівні [30]. Водночас, ТСФ є кусково-сталими і кількість проміжків сталості для них є рівною степеням числа 3, що вказує на відповідну розмірність перетворень на їх основі та їх оптимальність за критерієм розміру перетворення.

Тому, актуальним науково-технічним завданням дисертаційного дослідження є розробка методів та засобів ТС ортогональних і вейвлет-перетворень та створення на їх основі апаратно-програмного забезпечення процесів зберігання та обробки інформації в комп'ютерних системах та мережах.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертацію виконано відповідно до законів України «Про інформацію», «Про Концепцію Національної програми інформатизації», «Про Національну програму інформатизації», Постанови Верховної Ради України «Реформи галузі інформаційно-комунікаційних технологій та розвиток інформаційного простору України», а також постанови Президії НАН України від 20.12.2013 № 179 «Основні наукові напрями та найважливіші проблеми фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук Національної академії наук України на 2014-2018 роки» підпункт 1.2.9.7. Розробка перспективних засобів обчислювальної техніки та постанови Президії НАН України від 30.01.2019 № 30 «Про Основні наукові напрями та найважливіші

проблеми фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних, суспільних і гуманітарних наук Національної академії наук України на 2019-2023 роки» підпункт 1.2.9.7. Розроблення перспективних засобів обчислювальної техніки.

Дисертаційне дослідження здійснювалось здобувачем протягом 2015-2018 років відповідно до наукового напрямку кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем Прикарпатського національного університету ім. В. Стефаника при виконанні науково-дослідних робіт за темою «Теоретичні та методичні основи побудови комп'ютерних компонентів та систем на базі біторієнтованої вертикальної інфотехнології» (ДР № 0111U004751). Автор брав участь у виконанні науково-дослідних робіт як виконавець.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є зменшення обсягу пам'яті для зберігання корельованих даних шляхом розробки методів та засобів цифрової обробки інформації на основі трійкових симетричних перетворень.

Досягнення мети передбачало виконання таких **завдань**:

1. Аналіз існуючих методів та засобів ортогональних та вейвлет-перетворень, які використовуються для цифрової обробки інформації.
2. Розробка методів ортогональних перетворень на основі трійкових симетричних функцій.
3. Розробка методів вейвлет-перетворень на основі трійкових симетричних функцій.
4. Розробка засобів, що реалізують ортогональні та вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій.
5. Порівняльний аналіз запропонованих методів і засобів та відомих.

Об'єкт дослідження – процеси цифрової обробки інформації на основі ортогональних та вейвлет-перетворень у комп'ютерних системах.

Предмет дослідження – методи та засоби трійкових симетричних перетворень.

Методи дослідження. Для розв'язання задач дисертаційного дослідження використано основні положення теорії інформації та кодування для

обґрунтування актуальності теми дослідження та синтезу систем трійкових симетричних функцій, які породжують відповідне кодування; методи функціонального аналізу для синтезу систем трійкових симетричних функцій та їх ортогоналізованих добутків, для доведення властивостей лінійної незалежності, ортогональності та повноти запропонованих систем функцій; методи теорії ортогональних та вейвлет-перетворень для синтезу відповідних трійкових симетричних перетворень; методи алгебри матриць для ортогоналізації матриць запропонованого трійкового симетричного ортогонального перетворення та доведення властивості ортогональності запропонованого трійкового симетричного вейвлет-перетворення; методи теорії ймовірності та статистичного аналізу для оцінки ефективності застосування запропонованих трійкових симетричних перетворень для цифрової обробки інформації у порівнянні з існуючими; методи теорії проектування апаратних засобів цифрової обробки даних та схемотехніки для розробки та моделювання засобів запропонованих трійкових симетричних перетворень.

Наукова новизна отриманих результатів дисертаційного дослідження:

1. Уперше запропоновано метод ортогонального перетворення інформації, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій і забезпечує ущільнення послідовностей даних за рахунок зменшення взаємної кореляції їх елементів і, як наслідок, зменшення від 44 до 66% обсягу пам'яті комп'ютерної системи, необхідного для зберігання результатів перетворення.
2. Уперше запропоновано метод неперервного вейвлет-перетворення, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання неперервних трійкових симетричних функцій, властивості яких забезпечують підвищення ефективності виявлення короткотермінових особливостей та характеристик послідовностей даних, накладених на довготермінові, від 50 до 100% і, як наслідок, підвищення точності результатів функціонування

комп'ютерних засобів, які використовуються для ідентифікації сигналів та автоматичного контролю технологічних процесів.

3. Уперше запропоновано метод дискретного вейвлет-перетворення, який, на відміну від відомих методів, передбачає використання дискретних трійкових симетричних функцій і трьох банків фільтрів довжиною 3 та забезпечує пришвидшення процесу обчислення вейвлет-коефіцієнтів від 11 до 50%, а також зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання результатів перетворення до 57%.
4. Уперше запропоновано структурні моделі спеціалізованих процесорів для реалізації швидких трійкових симетричних ортогонального та дискретного вейвлет-перетворень, які, на відміну від відомих моделей, передбачають використання запропонованих трьохоперандових операційних блоків та банків цифрових фільтрів довжиною 3 і забезпечують зменшення обсягів пам'яті, необхідних для зберігання даних, у комп'ютерних засобах для ідентифікації сигналів та автоматичного контролю технологічних процесів та зменшення їх апаратної складності.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що:

1. Розроблено спеціалізований процесор для ортогонального перетворення на основі системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій, який застосовано у якості компонента пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу, для яких, у порівнянні з існуючими засобами ортогональних перетворень, зменшено обсяг пам'яті, необхідний для зберігання даних, і забезпечено збільшення часу автономного функціонування і підвищення точності обліку. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки високочастотних даних з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах обліку витрат та контролю параметрів передачі рідин і газів та у системах обробки і передачі даних телеметрії.

2. Розроблено загальну структуру спеціалізованого процесора та прикладне програмне забезпечення для дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій, які застосовано у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2, для якого, у порівнянні з існуючими засобами вейвлет-перетворень, зменшено обсяг пам'яті, необхідний для зберігання даних, при одночасному зменшенні похибки відновлення і забезпечено підвищення точності моніторингу процесів видобутку. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки послідовностей значень технологічних параметрів, які мають періодичний характер, з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів стану бурового і виробничого обладнання.

Впровадження результатів роботи здійснено у:

- Івано-Франківському спеціальному конструкторському бюро засобів автоматизації;
- навчальному процесі кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Особистий внесок здобувача. Всі результати, які складають основний зміст роботи, отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, автору належать: [27] – аналітичний вираз системи трійкових симетричних функцій, аналіз ефективності базисів та систем функцій за критерієм інформаційної потужності кодової матриці, [31] – формула фазового зсуву функцій різних порядків у межах системи трійкових симетричних функцій, [32]-[34] – аналітичні вирази систем трійкових симетричних і похідних від них функцій та аналіз властивостей кожної із запропонованих систем функцій, [35, 36] – порівняльний аналіз властивостей методів функціональних перетворень, [37]-[39] – метод неперервного вейвлет-перетворення на основі трійкових

симетричних функцій та порівняльний аналіз запропонованого методу і відомих, [40]-[42] – метод дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій та порівняльний аналіз запропонованого методу і відомих, [43] – метод швидкого ортогонального перетворення на основі системи ортогоналізованих добутоків трійкових симетричних функцій та оцінка його операційної складності.

Апробація матеріалів дисертації. Результати дисертаційного дослідження доповідались та обговорювались на науково-технічних конференціях: XII Всеукраїнська конференція студентів і молодих науковців «Інформатика, інформаційні системи та технології», м. Одеса, 2015; 51, 52, 53, 54, 55 sesji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego AGH (Conference of Student's Scientific Circles AGH), Krakow, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018; V Міжнародна міжвузівська школа-семінар «Методи і засоби діагностики в техніці та соціумі», м. Івано-Франківськ, 2015; Звітна наукова конференція викладачів, докторантів, аспірантів та студентів ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», м. Івано-Франківськ, 2016, 2017, 2018, 2019; V та VI Міжнародна НПК «Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації», м. Вінниця, 2016, 2017; XXIV та XXV Міжнародна НПК «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я» (MicroCAD), м. Харків, 2016, 2017; III Всеукраїнська конференція молодих науковців «Інформаційні технології – 2016», м. Київ, 2016; II та III Всеукраїнська НПК студентів, аспірантів та молодих вчених «Інформаційні технології в моделюванні» (ITM), м. Миколаїв, 2017, 2018; Міжнародна НТК молодих вчених, аспірантів та студентів «Комп'ютерні науки, інформаційні технології та системи управління» (CSYSC), м. Івано-Франківськ, 2017, 2018; Міжнародна НПК «Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання», м. Івано-Франківськ, 2017, 2018, 2019; IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2017), Kyiv, 2017; VI та VII Міжнародна НТК «Інформаційні системи і технології» (ICT), Коблеве-Харків, 2017, 2018; Міжнародна НПК «Проблеми і перспективи розвитку ІТ-індустрії», м. Харків,

2018; III Міжнародна НПК «Комп'ютерна алгебра та інформаційні технології» (КАІТ-2018), м. Одеса, 2018; IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2019), Lviv, 2019.

Публікації. За темою дисертаційного дослідження опубліковано 34 наукові праці, включаючи 4 статті, що входять до переліку наукових фахових видань, 1 статтю у зарубіжних виданнях, 1 розділ колективної монографії, 28 – у матеріалах наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'ятих розділів, висновків, списку використаних джерел зі 134 найменувань та додатків. Робота містить 230 сторінок загального обсягу, з яких 163 сторінки основного змісту, на яких розміщено поряд із текстом 66 рисунків і 23 таблиці та додатки на 20 сторінках.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ОРТОГОНАЛЬНИХ ТА ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

1.1 Перетворення у апаратно-програмних засобах цифрової обробки інформації

Цифрова обробка (ЦО) інформації є ключовою системною функцією комп'ютеризованих систем діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ, а також, систем ідентифікації сигналів та систем автоматичного контролю технологічних процесів [1]-[20]. Вона є багаторівневим процесом, який пов'язаний із аналізом та перетворенням інформації, яка, здебільшого, подається у вигляді даних на деякому носії [1, 2, 44].

У компонентах ЦО інформації, дані, у цифровій формі, підлягають обробці на основі ортогональних перетворень (ОП) та вейвлет-перетворень (ВП), кодуванню та іншим процедурам обробки залежно від галузі застосування [1]-[4], [44]. ОП та ВП є ключовим елементом методів ЦО інформації, які застосовуються для спектрального аналізу даних, ущільнення, очищення даних від шуму, зменшення взаємної кореляції елементів, тощо [1]-[20].

У ОП та ВП відбувається подання вхідного набору даних за системою функцій [1, 7, 23, 45]. У результаті – одержують послідовність коефіцієнтів перетворення, які характеризують ступінь подібності проаналізованого набору даних послідовності значень відповідної функції у системі [1, 5, 7, 45, 46].

Серед галузей застосування ЦО інформації на основі ОП та ВП слід виділити радіолокацію, гідроакустику, відеозйомку під водою, обробку аудіо- та відеоданих, бази даних та системи ідентифікації сигналів [1]-[5], [44]-[48].

В основі роботи довільного радіолокатора лежить принцип випромінювання сигналу заданої форми, прийом утвореної середовищем суперпозиції $G(\theta)$ (1.1) та розпізнавання і візуалізація відбитого сигналу в суперпозиції $G(\theta)$ [2, 19, 20, 47, 48]

$$G(q) = x(q) + n(q) + y(q), \quad (1.1)$$

де $x(\theta)$ – відбитий середовищем інформаційний сигнал, $n(\theta)$ – шумова складова завад, $y(\theta)$ – нешумова складова завад, θ – безрозмірний час.

Факт наявності деякого відомого сигналу $F(\theta)$ у суперпозиції $G(\theta)$ (1.1) встановлюють за допомогою функції кореляції $C_{FG}(q')$ (1.2) [47]

$$C_{FG}(q') = \int_0^1 F(q)G(q+q')dq. \quad (1.2)$$

На практиці обчислення виразу (1.2) потребує значних обсягів пам'яті [2, 47, 48]. Відповідно, сигнал $F(\theta)$ замінюють множиною взаємно ортогональних функцій $F_i(\theta)$, де $i=0, 1, 2, \dots, n$, n – кількість функцій, яка залежить від характеристик системи радіолокації, а вираз (1.2) – сумою (1.3) [2, 47]

$$C_{FG}(q') = \sum_i F_i(q)G(q+q'). \quad (1.3)$$

Якщо суперпозиція $G(\theta)$ (1.1) є дискретизованою, то вираз (1.3) передбачає реалізацію ОП та ВП на основі системи функцій $F_i(\theta)$ [5, 47]. У системах радіолокації найбільш широко застосовують ОП Фур'є та Уолша [2, 47]. При цьому, дослідження зменшення впливу завад різних типів привели до створення систем, у яких застосовані дискретне косинусне перетворення, ВП Добеші та ін [2, 19, 20, 22, 23], [47]-[49].

Однією з галузей застосування ОП та ВП є системи формування зображень (кінозйомки) під водою у полі акустичної хвилі [1, 2, 5, 47, 50]. Для отримання зображення об'єкта під водою акустичний генератор озвучує площину цього об'єкта. При цьому, стверджують, що між хвильовим фронтом у площині об'єкта та хвильовим фронтом у площині прийому існує лінійне співвідношення [47]. Якщо це лінійне перетворення відоме та існує відповідне обернене перетворення, то можливим є відновлення хвильового фронту у площині об'єкта, який представляє собою зображення площини об'єкта [2, 47]. На рисунку 1.1 наведена узагальнена схема системи формування гідроакустичних зображень [47].

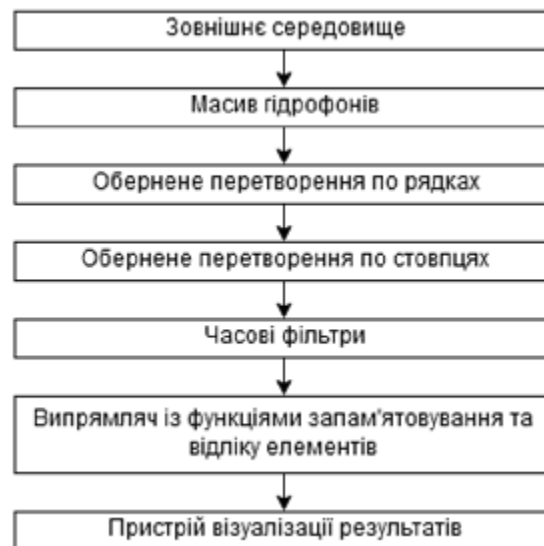


Рисунок 1.1 – Узагальнена схема системи формування гідроакустичних зображень

ОП та ВП широко застосовуються для обробки зображень [4], [22]-[24], [51, 52]. Зокрема, властивості цих перетворень найбільш часто застосовують у методах стиснення зображень, таких як JPEG (Joint Photographic Experts Group) [4], [22]-[24], [52]. За допомогою цього методу досягають стиснення у 10-20 разів зображень з неперервними тонами [4, 52].

Застосування дискретного косинусного перетворення у методі JPEG здійснює підготовку даних для основного кроку – відкидання частини інформації [4]. Застосування цього перетворення забезпечує накопичення інформації про основні риси зображення у верхньому лівому куті одиниці даних і розосередження інформації про деталі по решті елементів одиниці даних [4, 52]. Очікувана структура одиниць даних забезпечує можливість застосування наперед сформованих матриць коефіцієнтів квантування [4, 52].

У модифікації JPEG2000 дискретне косинусне перетворення замінене ВП [4, 52]. Цим досягнуто зникнення властивих JPEG артефактів у вигляді ґратки з блоків розміром 8×8 пікселів [4, 52]. Недоліками JPEG2000 у порівнянні з JPEG є складність реалізації та збільшені вимоги до пам'яті [4, 52].

ОП та ВП застосовують у базах даних з метою ущільнення інформації та, відповідно, зменшення обсягу пам'яті, необхідного для її збереження [1]-[4], [44,

47]. Зменшення обсягу пам'яті забезпечене зберіганням замість блоків даних блоків відповідних їм коефіцієнтів обраного перетворення, з яких частина близькі до нуля [4, 5, 22, 24, 52]. Ці коефіцієнти не підлягають зберігання і замість них зберігають їх порядкові номери, які займають менший обсяг пам'яті, ніж значення коефіцієнтів із заданою точністю, щоб на етапі оберненого перетворення на відповідні позиції були підставлені нулі [4, 5, 22, 24]. При такому відновленні інформації мають місце її втрати, у зв'язку з чим, визначають порогові значення коефіцієнтів, які відкидаються [4, 5, 22, 24].

При цьому, різні ОП та ВП забезпечують різний ступінь ущільнення у допустимих межах величини похибки відновлення для різних типів даних [4, 5, 22, 24]. Так, наприклад, у роботі [53] встановлено, що для ущільнення, з метою подальшого зберігання, навігаційних таблиць (які застосовуються у судноплавстві) оптимальним є застосування ОП Уолша-Пелі, яке дозволяє вивільнити максимальний обсяг пам'яті при допустимих втратах інформації.

Аналіз галузей застосування ОП та ВП вказав на те, що ці перетворення є основним елементом забезпечення функціонування систем ЦО інформації, які застосовуються у проаналізованих галузях. Зокрема, застосування таких перетворень забезпечує ущільнення даних та вивільнення значних обсягів пам'яті апаратних засобів систем ЦО інформації, що призводить до підвищення загального рівня ефективності функціонування останніх. Відповідно, розробка нових та удосконалення існуючих методів ОП та ВП забезпечує отримання якісних результатів у прикладних галузях ЦО інформації. При цьому, з метою збереження властивостей, які забезпечують широке застосування цих перетворень, їх загальний вигляд та принципи роботи не повинні змінюватись.

У загальному вигляді дискретне перетворення вхідного набору даних X в базисі, заданому матрицею M , подається наступним чином [4, 5, 54, 55]:

$$Y = MX . \quad (1.4)$$

При цьому, на матрицю M у виразі (1.4) здебільшого накладають вимогу щодо її ортогональності, у відповідності до якої, перетворення (1.4) називають

ортогональним. У випадку ортогональності матриці перетворення M , обернене до (1.4) перетворення має наступний вигляд [56]-[60]:

$$X = M^{-1}Y = M^T Y, \quad (1.5)$$

де Y – вектор коефіцієнтів перетворення, M^{-1} – матриця, обернена до матриці перетворення, M^T – транспонована матриця перетворення.

Одним із напрямів оптимізації методів та засобів ЦО інформації є синтез швидких перетворень – алгоритмів, які реалізують обчислення виразів (1.4) та (1.5) уникаючи громіздкого прямого обчислення матричного добутку.

Матриця M у виразі (1.4), здебільшого є матрицею значень функцій відповідної системи, на якій побудовано перетворення [4, 5, 54, 55]. При цьому, накладена вимога ортогональності на матрицю значень істотно обмежує число систем функцій, на основі яких допустимим є синтез відповідного перетворення. Водночас, різні типи інформаційних сигналів з різним рівнем ефективності подаються тою чи іншою системою функцій. Тому, актуальним є завдання синтезу нових систем функцій, які забезпечують ортогональну матрицю значень.

Принциповою відмінністю ВП від ОП є локалізація характеристик та особливостей сигналу одночасно за частотою та змінною часу [6, 21, 22, 51], [61]-[66]. Виокремлюють два основні види ВП: неперервне та дискретне. Неперервним ВП функції $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$ називають функцію двох змінних [6]

$$W_f(a,b) = \langle f(\cdot) | y_{a,b}(\cdot) \rangle, a,b \in \mathbb{R}, a \neq 0, \quad (1.6)$$

де вейвлети $y_{a,b}(x)$ є масштабованими та зсунутими копіями материнського вейвлета $y(x) \in L_2(\mathbb{R})$

$$y_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} y\left(\frac{x-b}{a}\right), a,b \in \mathbb{R}, a \neq 0. \quad (1.7)$$

Якщо материнський вейвлет задовольняє умову допустимості [6, 21, 22, 51], [61]-[64]

$$C_y = 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{y}(f)|^2}{|f|} df < \infty, \quad (1.8)$$

де $\hat{y}(x)$ – Фур’є-образ вейвлета $\psi(x)$, то існує обернене до (1.6) неперервне ВП

$$f(x) \approx \frac{1}{C_y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a,b) y_{a,b}(x) \frac{da db}{a^2}. \quad (1.9)$$

Перетворення (1.6) містить у собі великий обсяг інформації та використовується для розв’язання задач, у яких необхідний детальний аналіз властивостей інформаційних сигналів, виявлення особливостей, періодичних залежностей, локальних збурень і т.д. [6, 22, 51, 63]. Обчислення такого перетворення є громіздким, а у прикладних системах обчислюють не всю функцію $W_f(a,b)$, а лише її значення у певних діапазонах [6]. Вирішенням проблеми громіздкості перетворення (1.6) є застосування дискретного ВП, яке за рахунок накладання додаткових, у порівнянні з перетворенням (1.6), умов на материнський вейвлет, дозволяє суттєво зменшити кількість копій материнського вейвлета, яка необхідна для забезпечення існування оберненого перетворення, при мінімальних втратах корисної інформації [6, 22, 51], [61]–[67].

У загальному випадку, дискретне ВП полягає у заміні неперервної функції (1.6) зліченною множиною дискретних значень

$$w_{m,n} = \langle f(\cdot) | y_{m,n}(\cdot) \rangle, \quad (1.10)$$

де $y_{m,n}(x)$ – система вейвлет-функцій, яка, у загальному випадку, будується на основі материнського вейвлета $\psi(x)$ у вигляді [6, 22, 51]

$$y_{m,n}(x) = a_0^{-m/2} y(a_0^{-m} x - nb_0), \quad (1.11)$$

де $a_0 \neq 1$ – параметр стиску, b_0 – параметр зсуву, $m, n \in \mathbb{Z}$.

Вважають, що у виразі (1.11) $a_0 > 1$, а $b_0 > 0$, хоча ці обмеження не є обов’язковими [6, 22, 51]. Для кожного вейвлета параметри стиску та зсуву

підбирають індивідуально. При розробці більшості систем вейвлетів параметр a_0 приймають рівним 2, а параметр $b_0 - 1$ [6, 22, 51], [61]-[67].

Обернене до (1.10) перетворення має вигляд [6, 22, 51]

$$f(x) \approx \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{m,n} Y_{m,n}(x). \quad (1.12)$$

Нескінченні суми у перетвореннях (1.10) та (1.12) обмежують введенням масштабної функції ϕ [6, 22, 51], [61]-[67]. Регулюванням меж обчислення сум у виразах (1.10) та (1.12), задають необхідну точність результатів вейвлет-аналізу (роздільну здатність) [6, 22, 51], [61]-[67].

Із поняттями масштабної функції та роздільної здатності вейвлет-аналізу пов'язаний механізм кратномасштабного (багатомасштабного) аналізу, який вперше запропоновано С. Малла у [22] та доповнено І. Добеші у [21]. У багатомасштабному аналізі реалізують швидкі схеми обчислення ВП за допомогою згорткових фільтрів. У згортковій формі дискретне ВП обчислюють у вигляді (1.13) [6, 21, 22, 51]

$$a_{j+1} = \downarrow_2 [a_j * h^*], d_{j+1} = \downarrow_2 [a_j * g^*], \quad (1.13)$$

де a_j – послідовність апроксимуючих коефіцієнтів, одержаних на j -ій ітерації алгоритму ВП, d_j – послідовність деталізуючих коефіцієнтів, одержаних на j -ій ітерації алгоритму ВП, $*$ – операція згортки, h^* – низькочастотний дискретний фільтр декомпозиції, двоїстий до h (1.14), g^* – високочастотний дискретний фільтр декомпозиції, двоїстий до g (1.14), $\downarrow_2 [X]$ – оператор двійкової децимації.

Послідовність апроксимуючих коефіцієнтів скорочують вдвічі, шляхом застосування процедури двійкової децимації (англ. «dyadic decimation») [68] – видалення елементів послідовності з непарними номерами [22, 51], [62]-[68]. При переході на наступну ітерацію ВП, апроксимуючі коефіцієнти приймають за вхідний сигнал [21, 22, 51], [62]-[68]. При цьому, роздільну здатність задають кількістю ітерацій перетворення [6, 21, 22, 51].

Відновлення сигналу здійснюється застосуванням операції оберненої до двійкової децимації, яка полягає у вставці нуля після кожного елемента послідовності коефіцієнтів перетворення, та подальшою згорткою отриманої послідовності з відповідними фільтрами відновлення [6, 21, 22, 51]. У згортковій формі обернене дискретне ВП обчислюють у вигляді (1.14) [6, 21, 22, 51]

$$a_j = -_2 [a_{j+1}] * h + -_2 [d_{j+1}] * g, \quad (1.14)$$

де h – низькочастотний дискретний фільтр відновлення, обчислений на основі масштабної функції, g – високочастотний дискретний фільтр відновлення, обчислений на основі материнського вейвлету, ${}_2[X]$ – обернений до двійкової децимації оператор.

На основі ОП та ВП реалізовано методи та засоби ЦО інформації, із застосуванням різних апаратів функцій. Водночас, визначено типи задач, для яких застосування існуючих методів та засобів ЦО інформації не забезпечує задовільного рівня ефективності їх розв’язання [1, 4, 5]. Тому, актуальним завданням ЦО інформації є синтез нових базисів і систем функцій та відповідних їм перетворень із заданими властивостями. При цьому, процеси синтезу та впровадження нових розробок спираються на результати аналізу переваг та недоліків існуючих методів та засобів.

1.2 Аналіз методів та засобів цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень

1.2.1 Функції Віленкіна-Крестенсона та перетворення Фур’є у засобах цифрової обробки інформації

У ЦО інформації важливе місце посідають узагальнені методи ОП [7, 45, 69]. Такі методи дозволяють реалізувати оперативний перехід від одного перетворення до іншого в межах одної системи ЦО інформації, однак для них характерна громіздка і надлишкова апаратна реалізація [7, 45, 69].

Для теоретичного аналізу та практичної реалізації найбільш уживаним є узагальнене перетворення на основі функцій Віленкіна-Крестенсона, система яких (упорядкування за Кронекером) задана аналітичним виразом [7, 45, 69]

$$Vil_n(t) = \exp(j \frac{2\pi}{m} \bigcirc_{i=0}^{h-1} n_i t_i), \quad (1.15)$$

де $n=0,1,\dots,N-1$ – порядок функції у системі, $N=m^h$ – кількість функцій, які задані у системі, t – час, j – уявна одиниця, n_i, t_i – розрядні коефіцієнти m -кового подання чисел n і t , m – модуль системи числення, h – кількість розрядів.

При $h=1$ у виразі (1.15), функції Віленкіна-Крестенсона переходять у дискретні експоненціальні функції [7, 45, 69]

$$Def_n(t) = \exp(j \frac{2\pi}{N} nt) = \cos(\frac{2\pi}{N} nt) + j \sin(\frac{2\pi}{N} nt), \quad (1.16)$$

де $N=m^h=m$ – кількість функцій, які задані у системі.

Якщо аргумент функції $\exp$ у виразі (1.16) взяти з протилежним знаком, то отримана система функцій стане основою дискретного перетворення Фур'є, яке, окрім безпосереднього застосування у відповідних системах, є однією з основ теорії ОП та ВП [1, 3, 5, 7, 21, 22, 45, 50, 69, 70].

Дискретне перетворення Фур'є послідовності $f(iT)$ з N відліків на періоді часу T для $k=0, 1, 2, \dots, N-1$ визначається виразом [70]

$$F(kW) = \bigcirc_{i=0}^{N-1} f(iT) e^{-j\omega T i k}, \omega = \frac{2\pi}{NT}. \quad (1.17)$$

Обернене перетворення обчислюють згідно виразу (1.18) [70]

$$f(lT) = \frac{1}{N} \bigcirc_{k=0}^{N-1} F(kW) e^{j\omega T k l}. \quad (1.18)$$

Вираз (1.17) вказує на те, що перетворення Фур'є – це ОП, побудоване на основі гармонічних функцій та постійної складової [1, 2, 5, 47, 50, 70]. Його

основною властивістю є здатність представляти сигнал у частотній області [1, 3, 5, 45, 55, 70, 71]. Якщо у системі дискретних експоненціальних функцій (1.16) залишити лише постійну складову та функції косинусів, то одержана система функцій є основою дискретного косинусного перетворення [4, 5, 23, 47, 50].

Недоліком таких перетворень є те, що для аналізу інформаційних сигналів, які складаються з кусково-сталих складових, такі перетворення вимагають обчислення набагато більшої кількості коефіцієнтів, у порівнянні з гармонічним випадком, для забезпечення аналогічного рівня точності [3, 5, 23, 45, 50, 69, 70]. Окрім цього, у методах швидкої реалізації таких перетворень неможливо уникнути операції множення [5, 23, 45, 50, 55]. Відповідно, поза системами обробки акустичних сигналів або кольорових зображень з плавними переходами кольору, застосування таких перетворень є обмеженим. У зв'язку з цим, актуальним завданням є аналіз методів перетворень на основі кусково-сталих функцій, які є більш характерними для цифрової техніки.

1.2.2 Методи та засоби перетворення Уолша

Якщо у виразі (1.15) параметр m встановити рівним 2, то функції Віленкіна-Крестенсона переходять у функції Уолша, упорядковані за Адамаром [7, 45, 69]. При цьому, систему функцій Уолша часто визначають у вигляді добутків функцій Радемахера [5, 24, 45, 50, 54]

$$Rad_n(q) = \text{sign}(\sin(2^n pq)), \quad (1.19)$$

де $n = \log_2 N$ – порядок функції, N – кількість функцій, які задані у системі, $\theta = t/T$ – параметр часу (безрозмірний час), тобто час, нормований до інтервалу T , t – поточне значення часу, $\text{sign}(x)$ – кусково-стала функція дійсного аргумента

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0, \\ 0, & \text{якщо } x = 0, \\ -1, & \text{якщо } x < 0. \end{cases} \quad (1.20)$$

Функції Радемахера породжують двійковий код та мають обмежене застосування у ЦО інформації через неповноту системи функцій [5, 24, 45].

Функції Уолша задано аналітичним виразом [5, 24, 45, 50, 54]

$$Wal_n(q) = \bigotimes_{j=1}^w Rad_j(q)^{A_n^j}, \quad (1.21)$$

де $Rad_n(\theta)$ – функції Радемахера (1.19), w – кількість рядків кодової матриці двійкового коду Грея для максимального порядку функцій Уолша у системі, A_n^j – елемент рядка n та стовпця j кодової матриці двійкового коду Грея A , яка для $w=8$ має наступний вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T. \quad (1.22)$$

Функції Уолша (1.21) упорядковані за частотністю – кількістю перетинів функцією осі абсцис [5, 24, 45, 50, 54]. Водночас, значення функцій Уолша упорядкованих за Адамаром утворюють матриці Адамара, які є ортогональними та допускають рекурентну побудову матриць вищих порядків [5, 24, 45, 50, 54]

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

$$H_8 = H_2 \tilde{A} H_4 = \begin{pmatrix} H_4 & H_4 \\ H_4 & -H_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

де $\tilde{A}$ – добуток Кронекера.

ОП Уолша-Адамара обчислюють у вигляді [5, 24, 45, 50, 54]

$$Y = \frac{1}{\sqrt{N}} H_N X, \quad (1.24)$$

де Y – вектор коефіцієнтів перетворення розміру N , $N=2^i$, $i=0,1,2,\dots$, X – вхідний набір даних довжиною N .

Обернене перетворення обчислюють згідно виразу [5, 24, 45, 50, 54]

$$X = \frac{1}{\sqrt{N}} (H_N)^T Y. \quad (1.25)$$

Основною перевагою ОП Уолша-Адамара є наявність у матриці перетворення лише ± 1 , що дозволяє виключити операції множення з швидких методів перетворень [5, 24, 45, 50, 54, 55]. Крім цього, перевагою таких перетворень є простота генерування функцій Уолша у цифровій техніці, у порівнянні з гармонічними функціями [5, 24, 45, 50, 54].

Недоліком ОП Уолша-Адамара є відсутність чутливості до локальних збурень у інформаційних сигналах [5, 24, 45, 50, 54]. Додатковим недоліком є відсутність нулів у матрицях Адамара, що приводить до збільшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання результатів перетворення [5, 24, 45, 50, 54].

Пріоритетними напрямками оптимізації методів та засобів ОП Уолша-Адамара є зменшення апаратної складності та підвищення швидкодії. Так, авторами, запропонованого у [14] засобу, підвищено швидкодію реалізації ОП Уолша-Адамара зменшенням кількості операцій додавання/віднімання (у порівнянні з класичними схемами [45, 55]) введенням операцій побітового зсуву [1, 23], якими реалізовано операції множення на степені числа 2. Структурна схема запропонованого у [14] засобу ОП Уолша-Адамара наведена на рисунку 1.2 і складається з мультиплексорів 1, 5, 7, 10, 13, 14, демультимплексорів 2, 6, регістрів зсуву 3, 8, 9, 12, суматора-субтрактора 4, блоку синхронізації 11, інформаційних входів 15-18 та виходу 19.

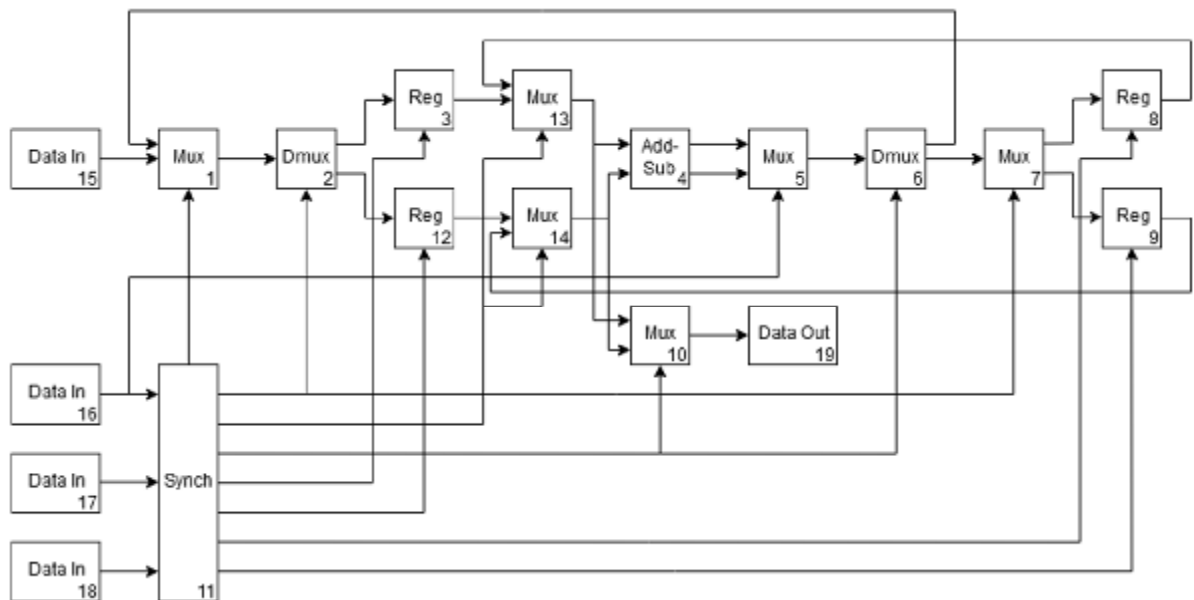


Рисунок 1.2 – Структурна схема засобу перетворення Уолша-Адамара із використанням регістрів зсуву

У запропонованій у [14] імплементації застосовано громіздку систему регістрів та мультиплексорів, чим ускладнено застосування цього засобу у системах ЦО інформації. Водночас, апаратна простота засобу перетворення поставлена за мету авторами, запропонованого у [72], засобу ОП Уолша-Адамара, який складається з мультиплексора 1, демультиплексора 6, 2 блоків пам'яті 2, 5, суматора 3, субтрактора 4 (реалізує операцію віднімання) та блоку синхронізації 7 (рис. 1.3).

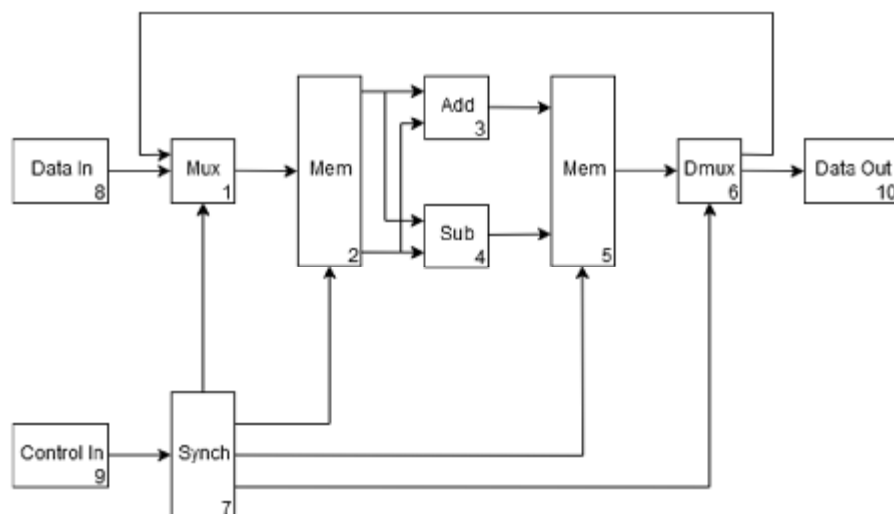


Рисунок 1.3 – Структурна схема засобу перетворення Уолша-Адамара із використанням двох елементів пам'яті

Спрощення апаратної реалізації запропонованого у [72] засобу ОП Уолша-Адамара забезпечено рекурентними властивостями матриць Адамара та запропонованим авторами способом поетапного обчислення блоків цих матриць із застосуванням двох блоків пам'яті [72]. Перевагою запропонованого у [72] засобу ЦО інформації є те, що для нього визначено реалізацію як за допомогою спеціалізованих засобів ЦО сигналів, так і за допомогою схеми, яка складається з окремих базових елементів. Недоліком засобу ОП Уолша-Адамара, який запропоновано у [72] є нижчі значення показника швидкодії, у порівнянні з розробками, у яких пріоритетом є швидкодія, наприклад [14].

У розробках, запропонованих у [14, 72], структуру перетворення Уолша-Адамара залишено без змін і за показниками ефективності розв'язання задач ЦО інформації (наприклад, показником ступеня зменшення кореляції вхідних даних) за допомогою відповідних методів вони володіють рівною ефективністю. Подолати цей недолік можна внесенням змін до структури перетворення з одночасним збереженням рекурентних властивостей матриць Адамара і виключення операцій множення з відповідних швидких алгоритмів.

1.2.3 Перетворення на основі систем функцій золотого січення та Фібоначчі

Метод рекурсивного обчислення матриць Адамара (1.23) покладено в основу побудови систем функцій золотого січення [8, 9]. Породжуюча матриця системи функцій золотого січення отримана з матриці Адамара H_2 (1.23) заміною -1 на відношення золоті пропорції:

$$H_2^{(g)} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & \bar{a} \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

де $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ – відношення золоті пропорції, $\bar{a} = -a$.

Матриці виду (1.26) вищих порядків обчислені за аналогічною до матриць Адамара процедурою (1.23) [8, 9]. Функції золотого січення у вигляді матриць (1.26) є упорядкованими за Адамаром [8, 9].

Система функцій золотого січення (1.26) не є ортогональною, як і матриці їх значень, а ортогоналізація усіх функцій системи приводить до збільшення апаратних ресурсів, необхідних для застосування швидких алгоритмів [8]. Проте, функції золотого січення є лінійно незалежними, що уможливорює обчислення перетворень (1.4) та (1.5) на основі цієї системи функцій за умови обчислення оберненого перетворення (1.5) на основі оберненої матриці значень функцій [8]. Перетворення на основі функцій золотого січення має вигляд

$$Y = \frac{1}{\sqrt{N}} H_N^{(g)} X. \quad (1.27)$$

Обернене перетворення обчислюють згідно виразу

$$X = \frac{1}{\sqrt{N}} (H_N^{(g)})^{-1} Y. \quad (1.28)$$

У роботі [9] доведено, що перетворення (1.27) не забезпечує необхідної якості спектрального аналізу інформаційних сигналів у порівнянні з перетвореннями Фур'є (1.17) та Уолша (1.24). Незважаючи на це, функції золотого січення можуть знайти своє застосування у інших галузях ЦО інформації, як наприклад, пов'язана із ними система функцій Фібоначчі [73].

Зв'язок між числами Фібоначчі та золотою пропорцією виражений формулою Біне (1.29), за допомогою якої обчислюють довільний член послідовності чисел Фібоначчі за його номером n [74]

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}} = \frac{a^n - (-a)^{-n}}{2a - 1}. \quad (1.29)$$

Перетворення Фібоначчі побудоване на основі базисних функцій, які породжені рекурсивною послідовністю Фібоначчі [75, 76]. Властивості такого

перетворення впливають з рівності (1.30), яка має місце для довільного натурального N , та побудованої на її основі матриці $\Phi_N(a,b)$ (1.31) [75, 76]

$$r_N r_{N+1} = a \prod_{k=1}^N b^{N-k} r_k^2, \quad (1.30)$$

де a, b – додатні дійсні числа, $\{r_k\}$ – послідовність дійсних чисел,

$$F_N(a,b) = \begin{pmatrix} ar_1 & -\frac{\sqrt{br_1}}{\sqrt{r_1 r_3}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{a\sqrt{br_1}}{\sqrt{r_2 r_4}} & \frac{ar_2}{\sqrt{r_2 r_4}} & -\frac{\sqrt{br_2}}{\sqrt{r_2 r_4}} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a(\sqrt{b})^{N-2} r_1}{\sqrt{r_{N-1} r_{N+1}}} & \frac{a(\sqrt{b})^{N-2} r_2}{\sqrt{r_{N-1} r_{N+1}}} & \dots & \dots & \frac{ar_{N-1}}{\sqrt{r_{N-1} r_{N+1}}} & -\frac{a\sqrt{br_{N-1}}}{\sqrt{r_{N-1} r_{N+1}}} \\ \sqrt{a(\sqrt{b})^{N-1} r_1} & \sqrt{a(\sqrt{b})^{N-2} r_2} & \dots & \dots & \frac{\sqrt{a}\sqrt{br_{N-1}}}{\sqrt{r_N r_{N+1}}} & \frac{\sqrt{ar_N}}{\sqrt{r_N r_{N+1}}} \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

Рівністю (1.30) забезпечена ортогональність матриці $\Phi_N(a,b)$ (1.31) [75, 76]. Послідовність Фібоначчі у вигляді $F_1=F_2=1$, $F_k=F_{k-1}+F_{k-2}$, $k \geq 3$ задовольняє рівність (1.30) при $a=b=1$ [75, 76] і, у такому випадку, матриця $\Phi_N(a,b)=\Phi_N(1,1)$ має найбільш простий вигляд [75, 76], наприклад, матриця $\Phi_8(1,1)$

$$F_8(1,1) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & (1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0) \\ 1/\sqrt{3} & (1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0) \\ 1/\sqrt{10} & (1 & 1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0) \\ 1/\sqrt{24} & (1 & 1 & 2 & 3 & -3 & 0 & 0) \\ 1/\sqrt{65} & (1 & 1 & 2 & 3 & 5 & -5 & 0) \\ 1/\sqrt{168} & (1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & -8) \\ 1/\sqrt{442} & (1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13) \\ 1/\sqrt{714} & (1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13) \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

де символічний запис рядка $1/\sqrt{2} (1 - 1 0 0 \dots 0)$ позначає рядок $(1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2} 0 0 \dots 0)$ і т.д.

Оскільки матриці виду $\Phi_N(1,1)$ (1.32) ортогональні для довільних $N \geq 3$, то ОП Фібоначчі обчислюють у вигляді [75, 76]

$$Y = F_N(1,1)X. \quad (1.33)$$

Обернене перетворення обчислюють згідно виразу [75, 76]

$$X = (F_N(1,1))^T Y. \quad (1.34)$$

Матриця перетворення (1.33) близька до трикутної, що підвищує швидкодію відповідних засобів. Водночас, застосування матриць виду $\Phi_N(1,1)$ (1.32) приводить до збільшення апаратної складності таких засобів, що пов'язано з великою кількістю ірраціональних множників. При цьому, застосування перетворення на основі неортогоналізованих функцій Фібоначчі у ЦО інформації обмежене системами захисту інформації [73, 75, 76].

Аналіз переваг та недоліків перетворень на основі функцій золотого січення та Фібоначчі показав, що для подолання недоліків таких перетворень необхідно мінімізувати кількість ірраціональних множників з відмінними значеннями у матрицях перетворення та зробити ці матриці розрідженими.

1.2.4 Методи та засоби перетворення Хаара

На відміну від функцій Уолша, функції Хаара, які задано аналітичним виразом (1.35), набувають ірраціональних значень [5, 24, 45, 47, 54]

$$Har_{n,i}(x) = \begin{cases} \sqrt{2^n}, & \text{якщо } q \in \left[\frac{i}{2^n}, \frac{i+1/2}{2^n} \right) \\ -\sqrt{2^n}, & \text{якщо } q \in \left[\frac{i+1/2}{2^n}, \frac{i+1}{2^n} \right) \\ 0, & \text{якщо } q \in \left[\frac{i}{2^n}, \frac{i+1}{2^n} \right) \end{cases} \quad (1.35)$$

де $n = \log_2 N$ – номер набору функцій, N – кількість функцій у наборі, $i = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$ – порядок функції у наборі.

Матриця значень функцій Хаара розміру 8×8 $H_8^{(h)}$ має вигляд [5, 24, 45, 47, 54]

$$H_8^{(h)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

Матриця Хаара (1.36) складається з постійної складової та функцій 0-го, 1-го та 2-го наборів функцій Хаара (1.35). Матриці Хаара (1.36) містять значну кількість нулів та ірраціональні значення рівні степенями числа $\sqrt{2}$, що є основою для синтезу швидких ОП на основі функцій Хаара [4, 5, 24, 47, 54, 55], яке обчислюють у вигляді [5, 24, 45, 47, 54]

$$Y = \frac{1}{\sqrt{N}} H_N^{(h)} X. \quad (1.37)$$

Обернене перетворення обчислюють згідно виразу [5, 24, 45, 54]

$$X = \frac{1}{\sqrt{N}} (H_N^{(h)})^T Y. \quad (1.38)$$

У виразах (1.37) та (1.38) розмір перетворення N набуває значень рівних степеням числа 2 [5, 24, 45, 47, 54]. У порівнянні з проаналізованими перетвореннями, швидкі методи ОП Хаара допускають зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання результатів перетворення та володіють чутливістю до локальних збурень у інформаційних сигналах [4, 5, 24, 47, 54, 55].

Недоліками ОП Хаара, у порівнянні з проаналізованими перетвореннями, є операції множення у швидких методах перетворень та низька здатність аналізу

глобальних особливостей сигналів, оскільки, їх аналіз забезпечено лише постійною складовою та функцією Хаара $Har_{0,0}(\theta)$ [4, 5, 24, 47, 54, 55].

Незважаючи на недоліки, ОП Хаара застосовується у багатьох системах ЦО інформації завдяки властивостям локального аналізу сигналів. У роботі [77] запропоновано розширене перетворення Хаара, яке полягає у доповненні матриці перетворення рядом коефіцієнтів, застосування яких обґрунтоване автором перетворення у пов'язаних із [77] працями. Наслідком є декомпозиція послідовності вхідних даних без втрат точності відновлення [4, 5, 45, 54, 55].

Засіб розширеного перетворення Хаара (рис. 1.4) складається з інформаційного входу 1, блоків обробки 2-5, 7-10, 12-15, регістрів 6, 11 та виходу 16. Кожен з блоків обробки реалізує матричне множення відповідної пари входів, причому блоки 2-5 реалізують ОП Хаара 2×2 у вигляді (1.37), а блоки 7-10 та 12-15 – розширене перетворення Хаара 2×2 , елементи матриці якого обчислюються у залежності від значень на входах блоку.

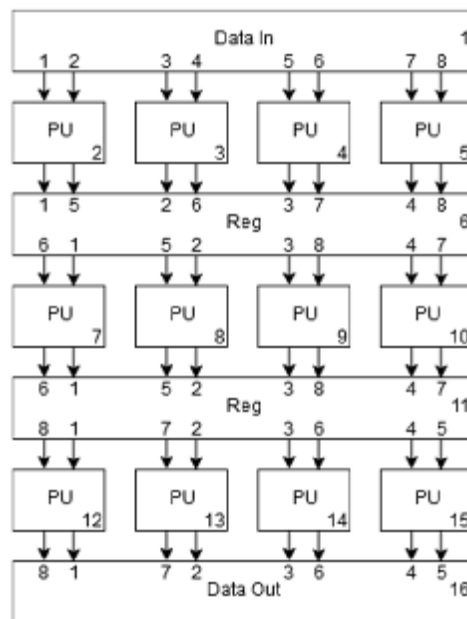


Рисунок 1.4 – Структурна схема засобу розширеного перетворення Хаара

Перевагою запропонованого у [77] засобу ЦО інформації є підвищення ефективності розв'язання задач декомпозиції послідовності вхідних даних та зменшення рівня їх кореляції. Недоліком засобу є складність його апаратної реалізації, тому його ефективне застосування обмежене системами з пріоритетом

на оптимізації процесів зниження кореляції вхідної послідовності даних. У системах з пріоритетом на оптимізації апаратних затрат та підвищенні швидкодії, ефективним є застосування, відповідно, розробок [72] та [14].

Чутливість ОП Хаара до локальних збурень у інформаційних сигналах, пов'язана з тим, що функції Хаара утворено масштабуванням та зсувом по часовій осі функції Хаара $Har_{0,0}(\theta)$ [5, 24, 45, 47, 54]. Відповідно, система функцій Хаара є системою вейвлет-функцій, а функція $Har_{0,0}(\theta)$ є материнським вейвлетом [4, 21, 22, 67]. Звідси випливає, що функція $Har_{0,0}(\theta)$ утворює систему вейвлет-функцій, матриця значень яких є ортогональною, що забезпечує існування як ОП, так і ВП Хаара.

1.3 Аналіз методів та засобів цифрової обробки інформації на основі вейвлет-перетворень

1.3.1 Методи та засоби вейвлет-перетворення Хаара

Вейвлет Хаара є найпростішим вейвлетом, що зумовило простоту реалізації методів та засобів ЦО інформації на його основі [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Водночас, цей вейвлет не є гладким, оскільки функції Хаара (1.35) є кусково-сталими.

ВП Хаара обчислюють за допомогою виразу (1.13) та фільтрів, двоїстих до тих, коефіцієнти яких наведено у таблиці 1.1 [21, 22, 61]. Обернене ВП Хаара обчислюють за допомогою виразу (1.14) та фільтрів, коефіцієнти яких наведено у таблиці 1.1 [21, 22, 61].

Поряд з апаратною та функціональною простотою, відсутність властивості гладкості суттєво обмежує застосування вейвлета Хаара для спектрального аналізу гладких функцій [21, 22, 24, 51, 61, 62]. При цьому, однак, ВП Хаара успішно застосовується для аналізу інформаційних сигналів на предмет раптових флуктуацій [24, 51, 61, 62]. Також, ВП Хаара володіє більшою ефективністю застосування у задачах стиснення зображень типу рентгенівських знімків, у порівнянні з іншими ВП [4, 24].

Таблиця 1.1 – Коефіцієнти фільтрів для масштабної функції та материнського вейвлета Хаара

Коефіцієнти фільтра для	
масштабної функції (низькочастотний фільтр відновлення)	материнського вейвлета (високочастотний фільтр відновлення)
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Враховуючи перехідний статус базису Хаара, засоби ОП Хаара можуть застосовуватись у якості засобів ВП Хаара, причому, у деяких випадках, відповідні засоби не потребують внесення змін у їх структуру. Так, у [77], показано, що засіб ОП Хаара, без внесення змін до його структури (рис. 1.4), реалізує ВП Хаара [78]. Відповідно, призначення, переваги та недоліки одного засобу, успадковані іншим, зокрема, складність апаратної реалізації.

Вейвлет Хаара – єдиний ортогональний вейвлет (фільтри відновлення та декомпозиції є взаємно двоїстими) з компактним носієм, який може бути представлений у явному вигляді (за допомогою аналітичного виразу (1.35)) [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Водночас, ВП на основі вейвлетів, для яких відсутнє явне представлення, широко застосовуються у системах ЦО інформації.

1.3.2 Методи та засоби вейвлет-перетворення Добеші

На відміну від вейвлета Хаара, вейвлети Добеші не можуть бути представлені у явному вигляді (окрім вейвлета db1, який тотожний вейвлету Хаара) [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Графічне представлення вейвлетів цього сімейства отримано шляхом застосування чисельних методів для апроксимації відповідних функцій на основі обчислених фільтрів [21, 22, 24, 61, 62].

ВП Добеші 4-го порядку (db4) обчислюють за допомогою виразу (1.13) та фільтрів, двоїстих до тих, коефіцієнти яких наведено у таблиці 1.2, а обернене до нього – за допомогою виразу (1.14) та фільтрів, коефіцієнти яких наведено у таблиці 1.2 [21, 22, 61].

Таблиця 1.2 – Коефіцієнти фільтрів для апроксимації масштабної функції та материнського вейвлета Добеші 4-го порядку (db4)

Коефіцієнти фільтра для апроксимації	
масштабної функції (низькочастотний фільтр відновлення)	материнського вейвлета (високочастотний фільтр відновлення)
0.23037781	-0.01059740
0.71484657	-0.03288301
0.63088076	0.03084138
-0.02798376	0.18703481
-0.18703481	-0.02798376
0.03084138	-0.63088076
0.03288301	0.71484657
-0.01059740	-0.23037781

Вейвлети сімейства Добеші є більш гладкими функціями, ніж вейвлет Хаара, причому, зі збільшенням порядку ступінь гладкості вейвлет-функцій зростає [21, 22, 24, 61, 62]. Відповідно, вейвлети Добеші є більш пристосованими для аналізу гладких функцій, ніж вейвлет Хаара. Водночас, зі збільшенням гладкості, вейвлети Добеші втрачають «чутливість» до різких перепадів у інформаційних сигналах та короткострокових збурень (флуктуацій), яка властива вейвлету Хаара. Ефективним застосуванням вейвлетів Добеші, вважається детектування властивості самоподібності (фрактальності) сигналів та згладжування сигналів з метою подальшого аналізу [21, 22, 24, 51, 61, 62].

Оскільки, реалізація ВП у фільтровій формі не допускає уникнення операцій множення, то у засобах ВП застосовують відмінні механізми оптимізації перетворень [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Так, у [79] запропоновано засіб ВП Добеші 4-го порядку (db4), реалізація якого потребує менших апаратних затрат у порівнянні з класичною реалізацією [21, 22] за допомогою банку фільтрів. Структурна схема запропонованого у [79] засобу ВП наведена на рисунку 1.5 та складається з мультиплексора 1, блоку пам'яті 2, блоку суміщеного множення-додавання (англ. multiply-accumulate) 3, буферів затримки 4-9, суматора 10, буферних елементів пам'яті 11, 12, блоку синхронізації 13, інформаційного входу 14 та інформаційного виходу 15.

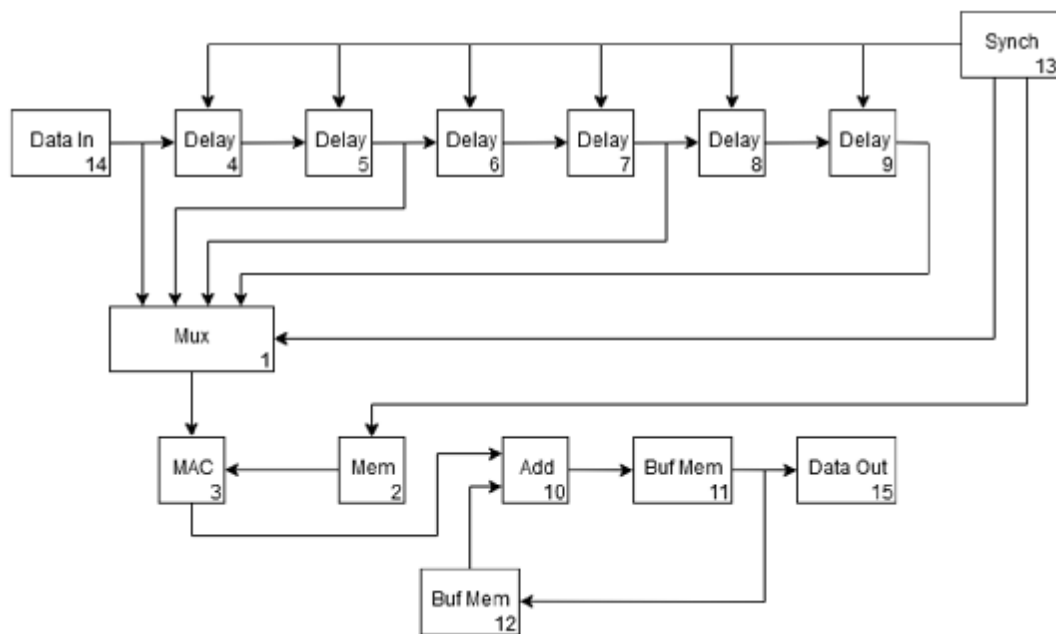


Рисунок 1.5 – Структурна схема засобу ВП Добеші 4-го порядку (db4)

Уведенням додаткових операцій множення та лінії затримки знижено швидкодію запропонованого у [79] засобу, у порівнянні з іншими засобами на базі банку фільтрів db4. При цьому, ВП Добеші 4-го порядку (db4) реалізовано без внесення змін у структуру перетворення, а отже, застосування запропонованого засобу в системах ЦО інформації не забезпечує підвищення ефективності розв'язання задач вейвлет-аналізу, у порівнянні з іншими засобами на базі заданого вейвлета і рекомендовано для систем ЦО інформації, у яких основним напрямом оптимізації визначено мінімізацію апаратних затрат.

Вейвлети Добеші спроектовані таким чином, щоб досягти максимальної гладкості функції для заданої довжини компактного носія [21]. При цьому, для довільного вейвлета Добеші неможливо провести вісь симетрії чи антисиметрії, що обмежує застосування цього сімейства вейвлетів для аналізу симетричних та антисиметричних сигналів [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Єдиним ортогональним симетричним вейвлетом з компактним носієм є вейвлет Хаара [21, 22].

1.3.3 Методи та засоби перетворень на основі біортогональних вейвлетів

Біортогональні вейвлети є симетричними, мають компактний носій, але не є ортогональними [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Їх особливістю є те, що фільтри відновлення та декомпозиції не є двоїстими, а вейвлет-функції не мають явного представлення. [21, 22, 24, 51, 61, 62].

Біортогональне ВП з параметрами 2.6 (bior2.6) та обернене до нього обчислюють, відповідно, за допомогою виразів (1.13) та (1.14) на основі фільтрів, коефіцієнти яких наведено у таблиці 1.3 [21, 22, 61].

Властивість симетричності біортогональних вейвлетів зумовлює вищу ефективність їх застосування для аналізу симетричних сигналів, у порівнянні з вейвлетами Добеші та Хаара. При цьому, біортогональні вейвлети є менш гладкими, ніж вейвлети Добеші [21, 22, 24, 51, 61, 62]. Аналогічно вейвлетам Добеші, біортогональні вейвлети мають нижчу здатність детектування високочастотних флуктуацій у сигналах, ніж вейвлет Хаара. Ефективним застосуванням біортогональних вейвлетів вважається стиснення зображень, які містять плавні колірні переходи без різких змін тону [21, 22, 24, 51, 61, 62].

ЦО інформаційних сигналів на основі вейвлет-фільтру довжиною більшою, ніж 2 коефіцієнти, для обчислення коефіцієнтів у граничних областях, вимагає послідовності значень за межами сигналу [22, 52, 80]. Класичними підходами до побудови таких послідовностей є: заповнення нулями, періодичне продовження сигналу та дзеркальне відображення його значень [22].

Таблиця 1.3 – Коефіцієнти фільтрів для апроксимації масштабної функції та материнського біортогонального вейвлета з параметрами 2.6 (bior2.6)

Коефіцієнти фільтру для апроксимації			
масштабної функції відновлення	материнського вейвлета відновлення	масштабної функції декомпозиції	материнського вейвлета декомпозиції
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.00690533	-0.00690534	0.0
0.0	0.01381067	0.01381067	0.0
0.0	-0.04695630	0.04695630	0.0
0.0	-0.10772329	-0.10772329	0.0
0.35355339	0.16987135	-0.16987135	0.35355339
0.70710678	0.44746600	0.44746600	-0.70710678
0.35355339	-0.96674755	0.96674755	0.35355339
0.0	0.44746600	0.44746600	0.0
0.0	0.16987135	-0.16987135	0.0
0.0	-0.10772329	-0.10772329	0.0
0.0	-0.04695630	0.04695630	0.0
0.0	0.01381067	0.01381067	0.0
0.0	0.00690533	-0.00690533	0.0

У [80] автори засобу біортогонального ВП з параметрами 2.6 (bior2.6) зазначають, що недоліком усіх класичних підходів є застосування додаткової пам'яті для уведення значень поза межами сигналу. Засіб, запропонований у [80], забезпечує підвищення ефективності обробки значень на кінцях сигналів і складається (рис. 1.6) з суматорів 1, 7, субтрактора 2, блоків пам'яті 3, 4, блоку синхронізації 5, блоку обробки 6, інформаційних входів 8, 9 та виходів 10, 11.

Запропонований у [80] засіб є модифікацією стандартного фільтру bior2.6, у якому для реалізації процедури ліфтингу першої та останньої різниць, застосовано відмінні від решти лінійні комбінації сум на основі коефіцієнтів, які

зберігаються у блоці пам'яті 4, що дозволило включити у коефіцієнти перетворення необхідну для відтворення сигналу інформацію без потреби уведення послідовностей значень за його межами [80]. Це забезпечує відсутність розширення обсягу пам'яті та спотворень при відновленні сигналу, які вносяться кожним з класичних методів продовження послідовності значень [22, 80]. Перевагою засобу є, також, проста апаратна реалізація [80].

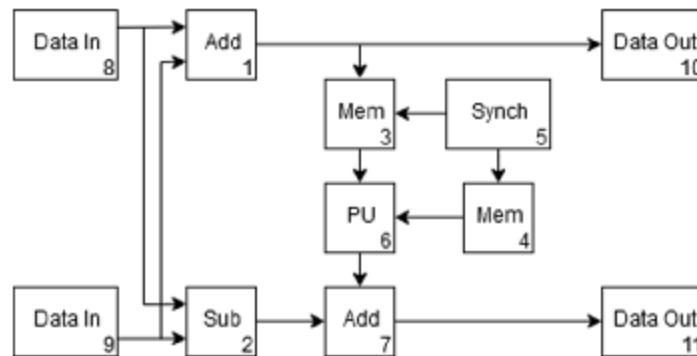


Рисунок 1.6 – Структурна схема засобу біортогонального ВП з параметрами 2.6 (bior2.6)

Недоліком засобу, запропонованого у [80], є те, що він не передбачає підвищення ефективності обробки інформаційних сигналів у цілому, у порівнянні з існуючими засобами біортогонального ВП з параметрами 2.6.

Відповідно, застосування проаналізованого засобу рекомендовано у системах ЦО зображень, оскільки, у випадку двовимірних інформаційних сигналів, кількість необхідної пам'яті для продовження послідовності значень на кінцях різко зростає, у порівнянні з одновимірним випадком. При цьому, підвищення швидкодії не є пріоритетним напрямом оптимізації таких системи.

1.4 Критерії ефективності застосування методів та засобів ортогональних та вейвлет-перетворень у комп'ютеризованих і комп'ютерних системах і мережах

Довільне перетворення пристосоване для розв'язання обмеженого числа задач, для якого, однак, воно показує найкращі результати згідно порівняльної

оцінки ефективності [4, 5, 24, 45, 55]. Для оцінки ефективності застосування методів та засобів ОП та ВП у комп'ютеризованих і комп'ютерних системах і мережах використовують критерії, за якими здійснюють порівняльну оцінку.

У задачах ЦО інформації у якості міри складності обчислень використовується число арифметичних операцій у алгоритмі того чи іншого перетворення, найчастіше, операцій додавання/віднімання та множення дійсних чисел [5, 11, 24, 55]. Відповідно, одним з критеріїв порівняння ефективності перетворень є критерій операційної складності алгоритму.

Для порівняльної оцінки ОП у їх застосуваннях, поряд зі складністю алгоритму, застосовують наступні критерії [4, 5, 11, 23, 24, 45, 46, 55]:

- ступінь декореляції компонент вхідного набору даних;
- зменшення середніх затрат бітів на один коефіцієнт перетворення;
- середньоквадратична похибка відновлення за частиною коефіцієнтів;
- відношення похибок відновлення при імпульсно-кодовій модуляції та кодуванні на основі перетворення.

Для оцінювання ефективності ОП у заданому базисі використовується статистична модель вхідного сигналу [4, 5, 23, 46]. У цій моделі вхідний N -координатний вектор X розглядається як вибірка елементів одновимірного марківського процесу першого порядку з математичним сподіванням, рівним нулю та дисперсією, значення якої рівне одиниці. Такий марківський процес задається коваріаційною матрицею C_x , (i, j) -й елемент якої рівний коефіцієнту кореляції між сусідніми елементами $\rho^{|i-j|}$, $0 \leq \rho \leq 1$ [4, 5, 23, 46]

$$C_x = \begin{pmatrix} 1 & r & r^2 & \dots & r^{N-1} \\ r & 1 & r & \dots & r^{N-2} \\ r^2 & r & 1 & \dots & r^{N-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r^{N-1} & r^{N-2} & r^{N-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

Для ОП (1.4) коваріаційна матриця C_Y вектора коефіцієнтів перетворення Y визначається як математичне сподівання $E[YY^T]$ [4, 5, 23, 46]

$$C_Y = E[YY^T] = MC_X M^T = \{c_Y(i, j)\}. \quad (1.40)$$

У задачах зменшення рівня кореляції даних ефективність застосування ОП визначається за допомогою показника ступеня зменшення кореляції коефіцієнтів перетворення порівняно з елементами вхідного вектора

$$h = \frac{\sum_{i=1}^N |c_Y(i, i)|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |c_Y(i, j)|} \times 100\%. \quad (1.41)$$

Критерій (1.41) запропоновано В.К. Чемом у 1989 році [46]. Згідно критерію (1.41) ефективнішим вважається перетворення, для якого показник η вищий [44, 46]. Оптимальним за цим критерієм є базис Карунена-Лоева (базис власних функцій), у якому коефіцієнти розкладу між собою некорельовані [4, 44, 46]. Перетворення Карунена-Лоева характеризується високою операційною складністю, що обмежує практичне застосування перетворення Карунена-Лоева при ЦО інформації.

Мірою ущільнення даних на рівні бітів є теоретична границя зменшення середніх затрат бітів на один елемент *MRB* (maximum reducible bits) [23, 46]

$$MRB = - \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \log_2 c_Y(i, i). \quad (1.42)$$

Критерій (1.42) запропоновано З. Вонгом у 1986 році [46]. Згідно критерію ефективнішим вважається перетворення, для якого показник *MRB* вищий [23, 46]. В роботі [18] доведено, що середня ентропія елемента вектора коефіцієнтів для моделі (1.39) є рівною протилежному значенню виразу (1.42).

Критерієм якості ущільнення даних перетворенням є ступінь відмінності вхідних та відновлених даних, який визначається як середньоквадратична похибка відновлення даних *MSE* (mean square error) [4, 5, 23, 46, 49]

$$MSE_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (X(i) - X_r(i))^2, \quad (1.43)$$

де $X(i)$ – вхідні дані, $X_r(i)$ – відновлені після ущільнення дані.

Відповідно до критерію середньоквадратичної похибки відновлення при відновленні даних необхідно відбирати коефіцієнти з максимальною дисперсією, тобто, з найбільшим вмістом енергії вхідних даних [4, 5, 23, 46, 49].

Для обчислення середньоквадратичної похибки відновлення даних за першими M коефіцієнтами на основі моделі марківського процесу (1.39) використовують наступну форму запису критерію (1.43) [46]

$$MSE_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^M c_Y(i,i)}{\sum_{i=1}^N c_Y(i,i)}. \quad (1.44)$$

Показником ефективності кодування на основі перетворення є критерій приросту ефективності кодування у порівнянні з імпульсно-кодовою модуляцією (gain of transform coding over pulse-code modulation) [81, 82]

$$G_{TC} = \frac{s_{PCM}^2}{s_{TC}^2}, \quad (1.45)$$

де s_{PCM}^2 – середньоквадратична похибка відновлення даних, які закодовані на основі імпульсно-кової модуляції, s_{TC}^2 – середньоквадратична похибка відновлення даних, які закодовані на основі перетворення.

Критерій (1.45) запропоновано Н. С. Джаянтом та П. Ноллом у 1984 році [81, 82]. Згідно цього критерію ефективнішим вважається перетворення, для якого показник G_{TC} вищий [81, 82]. Порівняння з імпульсно-ковою модуляцією обґрунтоване тим, що імпульсно-кова модуляція вважається найпростішим методом кодування інформації [83, 82].

З використанням елементів матриці (1.40), критерій (1.45) обчислюють у вигляді відношення [82]

$$G_{TC} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_Y(i,i)}{\left(\sum_{i=1}^N c_Y(i,i) \right)^{\frac{1}{N}}}. \quad (1.46)$$

Критерій (1.46), як форму критерію (1.45) запропоновано П. А. Хаддадом та А. Н. Акансу у 1992 році [12, 82]. При цьому, критерій (1.46) приймається максимальним випадком критерію (1.45), що пов'язано із визначеними етапами перетворення виразу (1.45) у вираз (1.46) [82, 84].

Перевагою застосування критерію (1.46), у порівнянні з критерієм (1.45), є те, що у критерії (1.46) передбачено застосування методу квантування Ллойда-Макса для реалізації імпульсно-кодової модуляції [82], який забезпечує мінімізацію середньоквадратичних похибок відновлення даних [85]. Відповідно, для кожного перетворення значення критерію (1.46) вказує на мінімальну перевагу кодування на основі перетворення над імпульсно-кодовою модуляцією і, у порівнянні з критерієм (1.45), забезпечує результати оцінки ефективності, абстраговані від непов'язаних із самим перетворенням чинників.

Для порівняльної оцінки ефективності застосування ВП у задачах спектрального аналізу даних, їх ущільнення та очищення від шуму, застосовують наступні критерії [4, 21, 22, 51, 61], [66]-[68], [86]:

- мінімум середньоквадратичної похибки відновлення даних за частиною коефіцієнтів ВП MSE (1.43);
- мінімум ентропії деталізуючих коефіцієнтів ВП;
- мінімум середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів ВП.

Для оцінки ефективності застосування ВП у задачах ущільнення даних використовують критерій мінімуму середньоквадратичної похибки відновлення за частиною коефіцієнтів ВП [4, 21, 22, 51, 61], [66]-[68], [86, 87]. Застосування критерію реалізують шляхом прирівнювання до нуля K відсотків коефіцієнтів ВП із найменшими абсолютними значеннями. Відновлені за залишеними коефіцієнтами дані порівнюються з вихідними за допомогою виразу (1.43) [4, 21, 22, 51, 61], [66]-[68], [86].

Для оцінки ефективності застосування ВП у задачах ущільнення даних та оцінки здатності ВП концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах використовують критерій мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів ВП H [4, 21, 22, 51, 61, 68], [87]-[89]

$$H = - \sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i^2}{\sum_{j=1}^N d_j^2} \log_2 \left(\frac{d_i^2}{\sum_{j=1}^N d_j^2} \right) \right), \quad (1.47)$$

де N – загальна кількість деталізуючих коефіцієнтів по всіх рівнях ВП, d_i – i -ий член послідовності деталізуючих коефіцієнтів всіх рівнів ВП.

Для оцінки здатності ВП концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах та оцінки ефективності застосування ВП у задачах ущільнення та очищення від шуму даних використовують критерій мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів ВП d_{mean} [4, 21, 22, 51, 68]

$$d_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |d_i|. \quad (1.48)$$

Оцінка ефективності застосування ОП та ВП на основі проаналізованих критеріїв забезпечує визначення меж застосування кожного перетворення та його засобів для ефективного розв’язання прикладних задач.

1.5 Визначення напрямку і формулювання задачі дослідження

У зв’язку із результатами проведеного аналізу, встановлено, що як і у випадку ОП, так і у випадку ВП, розв’язання задач зменшення обсягу пам’яті, необхідного для зберігання даних, полягає у впровадженні нових систем функцій та відповідних їм перетворень. Відповідно, необхідним є дослідження ефективності застосування системи ТСФ та синтезованих на її основі ОП та ВП.

Система ТСФ породжує відповідну систему числення, що зумовлює її подібність до системи функцій Радемахера (1.19), яка, однак, у чистому вигляді

непридатна для синтезу на її основі відповідних ОП та ВП. Звідси випливає необхідність попереднього модифікування системи ТСФ з подальшою перспективою синтезу відповідних методів ЦО інформації.

Таким чином, задача дослідження полягає у синтезі модифікованої системи ТСФ та подальшому синтезі, на її основі, методів та засобів ОП та ВП, які забезпечують зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, при втратах у межах 5%.

Виходячи зі сказаного вище, необхідно розв'язати наступні задачі:

- 1) синтезувати на основі системи ТСФ, лінійно незалежну, ортогональну та повну систему функцій та довести наявність відповідних її властивостей;
- 2) синтезувати ортогональне перетворення на основі одержаної системи функцій;
- 3) здійснити порівняльний аналіз ефективності застосування запропонованого методу ЦО інформації на основі ОП з методами на основі відомих перетворень;
- 4) синтезувати ВП на основі одержаної системи функцій;
- 5) здійснити порівняльний аналіз ефективності застосування запропонованого методу ЦО інформації на основі ОП з методами на основі відомих перетворень;
- 6) розробити пристрій реалізації швидкого алгоритму запропонованого ОП та здійснити його моделювання;
- 7) здійснити порівняльний аналіз ефективності застосування розробленого пристрою для зниження ступеня взаємної кореляції даних з відовими пристроями реалізації ОП;
- 8) розробити апаратно-програмний засіб для реалізації швидкого алгоритму запропонованого ВП;
- 9) здійснити порівняльний аналіз ефективності застосування розробленого засобу для спектрального аналізу та стиснення даних з існуючими пристроями та засобами реалізації ВП.

Висновки до розділу 1

1. Аналіз галузей застосування ОП та ВП підтвердив ключову позицію таких перетворень у процесі обробки даних у засобах цифрової техніки.
2. Аналіз переваг та недоліків існуючих базисів ортогональних і вейвлет-перетворень та засобів ЦО інформації на основі відповідних перетворень показав, що для подолання недоліків, пов'язаних з ефективністю розв'язання такими засобами задач ЦО інформації, необхідно модифікувати відповідні перетворення. З іншого боку, визначеними модифікаціями підвищено складність апаратної реалізації таких засобів, у зв'язку з чим, визначено, що синтез перетворень на основі відмінних від застосованих, систем функцій є ефективним способом підвищення ефективності розв'язання задач ЦО інформації.
3. Проведеним аналізом обґрунтовано, що синтез ОП та ВП на основі системи ТСФ, є ефективним способом подолання недоліків існуючих перетворень. До засобів зазначених перетворень сформульовано наступні функціональні вимоги: реалізація інфообміну із зовнішніми компонентами системи ЦО інформації, реалізація перетворення вхідної послідовності даних за допомогою процедури відповідного швидкого перетворення, утворення вихідної послідовності коефіцієнтів та реалізація оберненого перетворення.
4. На основі аналізу критеріїв оцінки ефективності застосування ортогональних і вейвлет-перетворень у системах ЦО інформації визначено перелік критеріїв за якими здійснена порівняльна оцінка ефективності перетворень на основі ТСФ у подальших розділах.
5. Здійснено формулювання задач та визначено подальший напрям дослідження.
6. Основні отримані наукові результати опубліковані у фахових виданнях [32, 90] та матеріалах конференцій [25]-[27], [31, 35, 36, 91, 92].

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

2.1 Трійкові симетричні функції

2.1.1 Система трійкових симетричних функцій

ТСФ задаються аналітичним виразом [25]-[27], [32, 33], [91]-[95]

$$Ter_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } 0 \notin modh(x + \frac{3^n - 1}{2}, 3^{n+1}) < 3^n, \\ 1, & \text{якщо } 3^n \notin modh(x + \frac{3^n - 1}{2}, 3^{n+1}) < 2 \times 3^n, \\ -1, & \text{якщо } 2 \times 3^n \notin modh(x + \frac{3^n - 1}{2}, 3^{n+1}) < 3^{n+1}, \end{cases} \quad (2.1)$$

де n – порядок функції, x – цілочисельний аргумент (який може бути інтерпретований як число у десятковій формі, для якого реалізується трійкове представлення), $modh(x, p)$ – допоміжна функція

$$modh(x, p) = \begin{cases} mod(x, p) + p, & \text{якщо } x < 0, \\ mod(x, p), & \text{якщо } x \geq 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

де $mod(x, p)$ – функція залишку від ділення числа x на число p .

Графіки ТСФ перших трьох порядків на проміжку $[-10, 10]$ представлені на рисунку 2.1.

Для ТСФ у вигляді (2.1) відсутня можливість застосування безрозмірного часу у якості аргументу, а їх областю визначення є інтервал $(-\infty, \infty)$. Для спрощення процедур синтезу перетворень на основі ТСФ, запропоновано систему взаємно ортогональних ТСФ з областю визначення на проміжку $[0, 1)$, яку уведено наступним співвідношенням [32, 33]

$$Ter_{01_{n,i}}(q) = Ter_i(q \times 3^{3^n}), \quad (2.3)$$

де $n = \log_3 N$ – номер набору функцій у системі, N – кількість функцій у наборі, $\theta = t/T$ – безрозмірний час (час, нормований до інтервалу T), t – поточне значення часу, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ – порядковий номер функції у наборі, $Ter_n(\theta)$ – ТСФ, задані аналітичним виразом (2.1).

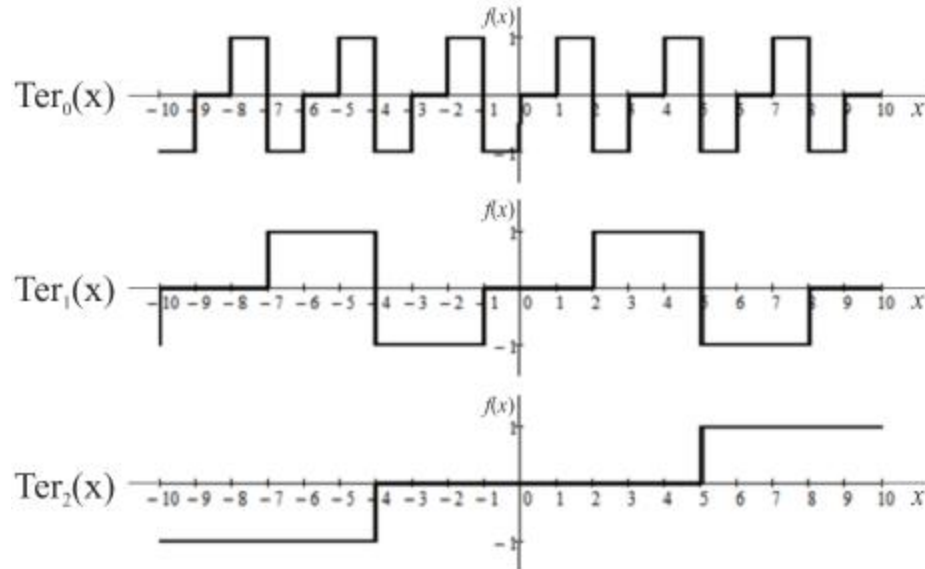


Рисунок 2.1 – Графіки ТСФ перших трьох порядків на проміжку $[-10, 10]$

Графіки перших трьох порядків першого набору ТСФ з областю визначення на проміжку $[0, 1)$ представлені на рисунку 2.2.

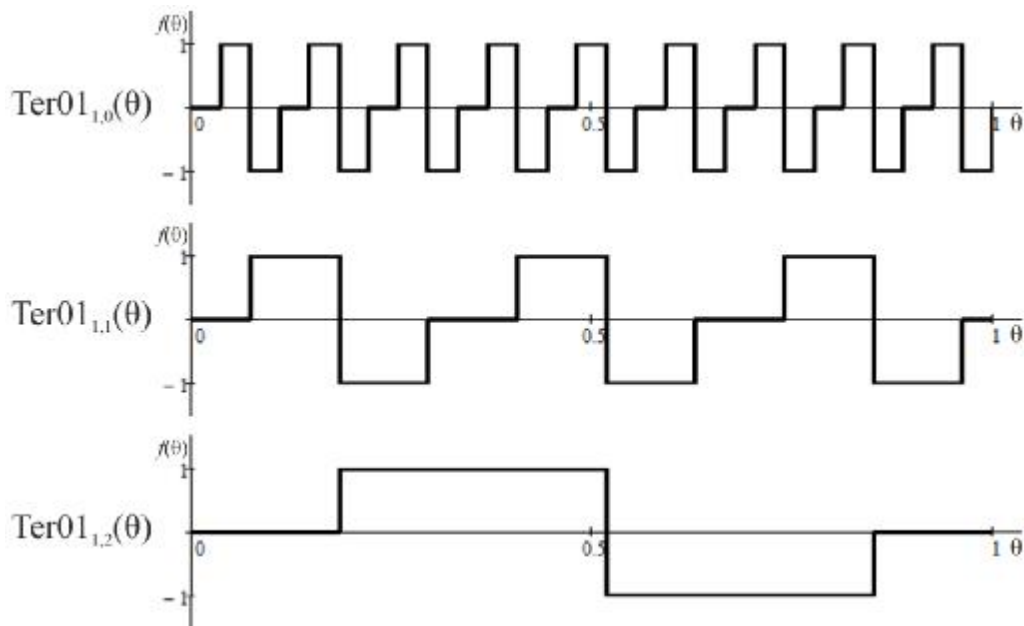


Рисунок 2.2 – Графіки ТСФ перших трьох порядків першого набору на проміжку $[0, 1)$

Як було зазначено вище, ТСФ породжують відповідну систему числення та відповідне кодове впорядкування. Однак, з графіків функцій системи (2.3) (рис. 2.2) випливає, що система (2.3) не породжує ТС кодування. По-перше, наймолодша послідовність 3-розрядного ТС коду представляє десяткове число -13 і рівна $\{-1, -1, -1\}$ [28]. Проте, з рис. 2.2 випливає, що ця послідовність згідно системи (2.3) є рівною $\{0, 0, 0\}$ (рахунок ведеться від початку координат). По-друге, функція наймолодшого порядку повинна представляти найстарший розряд коду. Проте, з рис. 2.2 випливає, що у системі (2.3) присутня зворотна ситуація. Відповідно, функції ТСФ у вигляді (2.3) потребують здійснення процедур фазового зсуву та симетричної заміни номерів порядків.

Процедуру фазового зсуву реалізовано на етапі формування ТСФ, тому функції (2.1) набувають вигляду

$$Ter_n(x) = \begin{cases} 0, & 0 \in modh(x - 3^n, 3^{n+1}) < 3^n, \\ 1, & 3^n \in modh(x - 3^n, 3^{n+1}) < 2 \times 3^n, \\ -1, & 2 \times 3^n \in modh(x - 3^n, 3^{n+1}) < 3^{n+1}, \end{cases} \quad (2.4)$$

де n – порядковий номер функції, x – цілочисельний аргумент.

Симетричну заміну номерів порядків функцій реалізовано на етапі приведення області визначення до проміжку $[0, 1)$, тому система функцій (2.3) набуває вигляду

$$Ter01_{n,i}(q) = Ter_{|3^n - 1 - i|}(q \times 3^{3^n}), \quad (2.5)$$

де $n = \log_3 N$ – номер набору функцій у системі, N – кількість функцій у наборі, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ – порядковий номер функції у наборі, $Ter_n(\theta)$ – ТСФ, які задані аналітичним виразом (2.4).

З графіків функцій системи (2.5) (рис. 2.3) випливає, що ці функції породжують ТС код у належному вигляді, а отже, позбавлені недоліків ТСФ у вигляді (2.3). Для цієї системи уведено набори ТСФ. Кількість функцій у наборах системи (2.5) наведено у таблиці 2.1.

Визначено наступні властивості системи функцій (2.5):

- 1) кожен n -ий ($n > 0$) набір функцій містить на 3^{n-1} перших позиціях функції попередніх наборів. Тобто набори молодших порядків є вкладенням у набори старших порядків;
- 2) мають місце наступні співвідношення:

$$Ter01_{1,1}(q) = Ter01_{1,0}(3q);$$

$$Ter01_{1,2}(q) = Ter01_{1,1}(3q) = Ter01_{1,0}(9q);$$

$$Ter01_{2,3}(q) = Ter01_{2,2}(3q) = Ter01_{2,1}(9q) = Ter01_{2,0}(27q);$$

...

$$Ter01_{n,i}(q) = Ter01_{n,i-1}(3^{i-(i-1)}q) = Ter01_{n,i-2}(3^{i-(i-2)}q) = \dots = Ter01_{n,0}(3^i q),$$

для $i=1,2,\dots,3^n-1$.

- 3) функції циклічні з одиничним періодом.

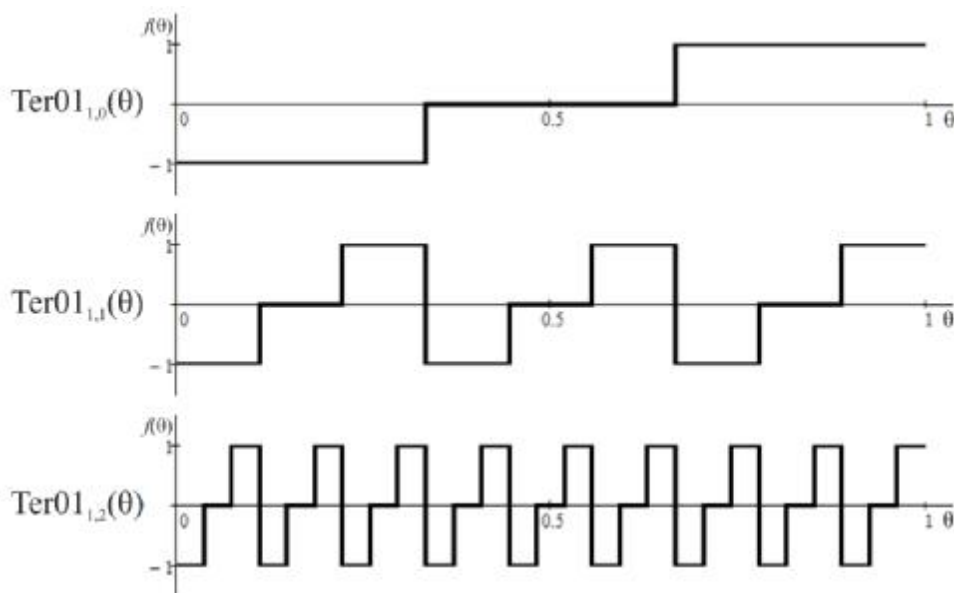


Рисунок 2.3 – Графіки модифікованих ТСФ перших трьох порядків першого набору на проміжку $[0, 1)$

Властивість 3) системи (2.5) підтверджує те, що областю визначення функцій системи (2.5) є одиничний проміжок. Однак, система (2.5), володіє рядом недоліків, які обмежують її застосування у якості основи ОП та ВП [33, 34].

Для побудови ОП на основі системи функцій, необхідно, щоб кожна з функцій системи (принаймні у межах обраного набору) змінювала своє значення не більше, ніж $N-1$ раз, де N – кількість коефіцієнтів перетворення [5, 7, 45, 69]. Іншими словами, кількість функцій у обраному для ОП наборі повинна бути рівною максимальній для цього набору кількості дискретних значень окремої функції (яка рівна N) [4, 7]. З графіків функцій (2.5) (рис. 2.3) випливає, що функція другого порядку у першому наборі змінює своє значення 26 разів. Водночас, кількість функцій у першому наборі системи (2.5) рівна 3 (табл. 2.1). Аналогічна ситуація спостерігається для всіх порядків системи (2.5). Відповідно, система (2.5) не задовольняє заданого критерію зв'язку частотності (назва згідно [4], інша назва – частість [5]) з кількістю функцій у наборах системи і не може бути застосована у якості основи ОП.

Таблиця 2.1 – Кількість функцій у наборах системи ТСФ (2.5)

Номер набору	Кількість функцій у наборі (нумеруються, починаючи з нуля)
0	1
1	3
2	9
...	...
n	3^n

Окрім цього, система функцій (2.5) не володіє властивістю повноти. Для того, щоб знайти функцію, яка порушує властивість повноти системи (2.5), необхідно використати подібність між трійковими симетричними функціями та функціями Радемахера (1.19). Обидві системи функцій породжують, відповідно, трійкову симетричну та двійкову системи числення і обидві не володіють властивістю повноти [5, 10, 83, 96, 97]. У випадку системи функцій Радемахера, добуток функцій 1-го та 2-го порядків є функцією, яка порушує повноту системи [5]. Подібно до системи функцій Радемахера, зроблено припущення про

те, що добуток ТCF (2.5) 0-го та 1-го порядків з першого набору є функцією, яка порушує повноту системи (2.5)

$$Ter01_{1,0}(\theta) \times Ter01_{1,1}(\theta). \quad (2.6)$$

З графіка добутку (2.6) (рис. 2.4) випливає, що система ТCF (2.5) не містить функції (2.6).



Рисунок 2.4 – Графік добутку ТCF 0-го та 1-го порядків першого набору на проміжку $[0, 1)$

Значення інтегралів (2.7)-(2.9) рівні нулю, а інтегралу (2.10) – додатне. Звідси випливає, що добуток (2.6) є ортогональним до ТCF (2.5) з першого набору [56]-[59].

$$\int_0^1 Ter01_{1,0}(u) \times Ter01_{1,1}(u) \times Ter01_{1,0}(u) du = 0. \quad (2.7)$$

$$\int_0^1 Ter01_{1,0}(u) \times Ter01_{1,1}(u) \times Ter01_{1,1}(u) du = 0. \quad (2.8)$$

$$\int_0^1 Ter01_{1,0}(u) \times Ter01_{1,1}(u) \times Ter01_{1,2}(u) du = 0. \quad (2.9)$$

$$\int_0^1 Ter01_{1,0}(u) \times Ter01_{1,1}(u))^2 du = \frac{4}{9}. \quad (2.10)$$

Функція (2.6) не належить до системи ТCF (2.5), але є ортогональною до всіх функцій з першого набору цієї системи. Із особливостей побудови функцій системи (2.5) випливає ортогональність функції (2.6) до всіх функцій цієї системи. Відповідно, функція (2.6) порушує повноту системи (2.5), що обмежує розробку швидких перетворень на її основі [4, 5, 55].

2.1.2 Система добутків трійкових симетричних функцій

Оскільки, добуток (2.6) не є частиною системи (2.5), але є ортогональним до функцій цієї системи, то, аналогічно функціям Уолша (1.21), утвореним у вигляді добутків функцій Радемахера (1.19), запропоновано систему добутків ТСФ (2.5). При цьому, з метою виконання такою системою умов критерію зв'язку частотності з кількістю функцій у наборах системи, запропоновано заміну матриці двійкового коду Грея A (1.22) на матрицю трійкового несиметричного (незваженого) коду Грея з кодовими символами $\{0, 1, 2\}$ [4, 7]. Система добутків ТСФ (2.5) задана наступним аналітичним виразом:

$$Ter01Mult_{ord,num}(q) = \tilde{\bigotimes}_{j=1}^{3^{ord}} Ter01_{ord,3^{ord}-j}(q)^{A_{num}^j}, \quad (2.11)$$

де $ord = \log_3(\log_3 N)$ – номер набору функцій у системі, $N = 3^{3^{ord}}$ – кількість функцій у наборі ord , $num = 0, 1, \dots, N-1$ – порядковий номер функції у наборі, 3^{ord} – кількість функцій $Ter01_{n,i}(\theta)$, які задані аналітичним виразом (2.5), у наборі ord , A_{num}^j – елемент рядка num та стовпця j матриці трійкового незваженого коду Грея A .

Кількість функцій у наборах системи (2.11) наведено у таблиці 2.2. Система (2.11) зберігає властивість 1) системи (2.5), яка для системи (2.11) сформульована наступним чином: кожен n -ий ($n > 0$) набір функцій містить на $3^{3^{n-1}}$ перших позиціях функції попередніх наборів.

З даних у таблиці 2.2 випливає, що у випадку застосування ОП на основі функцій системи (2.11) для перетворення набору даних довжиною $k > 27$ необхідно використати набір №2 функцій цієї системи, у якому міститься 19683 функції. Систему ЦО інформації можна налаштувати таким чином, щоб оперувати наборами даних виключно тих довжин, які рівні кількостям функцій у кожному з наборів системи, тобто 3^{3^n} , де $n = 0, 1, \dots$. Однак, зазначена послідовність довжин не є зручною, оскільки, перехід від 1-го до 2-го набору

містить стрибок у 19656 елементів. З метою подолання зазначеного недоліку, уведено піднабори наборів функцій системи (2.11). Вони відрізняються від наборів тим, що для їх утворення застосовано меншу кількість функцій (2.5) (добутки сформовані з меншої кількості множників), ніж для утворення відповідного набору.

Таблиця 2.2 – Кількість функцій у наборах системи добутоків ТСФ (2.11)

Номер набору	Кількість функцій у наборі (нумеруються, починаючи з нуля)
0	3
1	27
2	19683
...	...
n	3^{3^n}

Нехай p_{set} – кількість функцій (2.5), які застосовано для формування набору функцій (2.11), а p_{subset} – для формування піднабору цієї системи. Тоді, у загальному випадку, $p_{set}=3^n$ (де n – номер набору), а для p_{subset} має місце наступна нерівність: $3^{n-1} < p_{subset} \leq 3^n, p_{subset} \in N$. Це правило не стосується піднаборів нульового набору, кількість функцій у яких наведена у табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Кількість функцій у піднаборах нульового набору функцій системи (2.11)

Номер набору	Номер піднабору в межах набору	Кількість функцій у піднаборі (нумеруються, починаючи з нуля)
0	0	1
0	1	3

Нульовий піднабір нульового набору складається з однієї функції $Ter01_{0,0}(\theta)^0$, яка тотожно рівна одиниці на проміжку $[0; 1)$. Перший піднабір нульового набору співпадає із заданим набором. Нульовий піднабір першого набору складається з дев'яти функцій, тобто утворений добутками функцій $Ter01_{1,0}(\theta)$ та $Ter01_{1,1}(\theta)$. Перший піднабір цього набору співпадає із ним. За подібним принципом будуються піднабори кожного з наступних наборів, кількість функцій у яких наведена у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Кількість функцій у піднаборах n -ого набору ($n > 0$) функцій системи (2.11)

Номер набору	Номер піднабору	Кількість функцій у піднаборі (нумеруються, починаючи з нуля)
1	0	9
1	1	27
2	0	81
2	1	243
2	2	729
2	3	2187
2	4	6561
2	5	19683
...	...	...
n	l	$3^{3^{n-1}+l+1}$

Кількість функцій у піднаборах утворює послідовність степенів числа 3 (табл. 2.3 та 2.4). Піднабори зберігають властивість включення на перших позиціях функцій попередніх піднаборів, яку сформульовано наступним чином:

кожен n -ий ($n > 0$) (при наскрізній (не в межах наборів) нумерації) піднабір функцій містить на 3^{n-1} перших позиціях функції попередніх піднаборів.

Нумерацію піднаборів здійснено у межах наборів, тому запропоновано наступний загальний вигляд номеру піднабору:

$$n(l), \quad (2.12)$$

де n – номер набору, l – номер піднабору у n -ому наборі.

Визначено наступні властивості піднаборів:

- 1) у кожному n -ому ($n > 0$) наборі функцій системи (2.11) міститься $3^n - 3^{n-1}$ піднаборів;
- 2) останній піднабір у n -ому ($n \geq 0$) наборі містить однакову з відповідним набором кількість функцій, причому, для наборів з номером $n > 0$, такий піднабір має номер $n(3^n - 3^{n-1} - 1)$.

Уведеною системою піднаборів функцій системи (2.11) зумовлений розмір ОП на основі ТСФ, який рівний $N = 3^n$, де $n = 0, 1, 2, \dots$, що становить оптимальний розмір з точки зору балансу між обсягом обчислень та ступенем декомпозиції матриці перетворення у швидких алгоритмах [7, 69]. Відповідно до цього, з властивості 1) системи (2.11) та аналогічної властивості піднаборів заданої системи, впливає, що перша третина коефіцієнтів перетворення розміру $N = 3^n$ ($n = 1, 2, \dots$) обчислюється у вигляді перетворення розміру $N = 3^{n-1}$ з введенням додаткового множника та попереднім формуванням на першій третині входів сум

$$X_1(i) = X(0 + 3i) + X(1 + 3i) + X(2 + 3i), i = 0, 1, \dots, 3^{n-1} - 1, \quad (2.13)$$

де $X = \{X(0), X(1), \dots, X(3^n - 1)\}$ – вхідний набір даних, $X_1 = \{X_1(0), X_1(1), \dots, X_1(3^{n-1} - 1)\}$ – вхідний набір коефіцієнтів для перетворення розміру $N = 3^{n-1}$, сформований з компонент набору даних X , $n = 1, 2, \dots$

Співвідношення (2.13) вказує на можливість рекурсивного обчислення ОП і формування відповідного швидкого перетворення. Відповідно до уведеної

системи піднаборів функцій (2.11), для піднабору 1(0) (згідно нотації (2.12)) системи (2.11), матриця A трійкового незваженого коду Грея у виразі (2.11) містить 2 стовпці та $3^2=9$ рядків і має наступний вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} \varnothing & 0 \\ \zeta_0 & 1 \\ \zeta_0 & 2 \\ \zeta_1 & 2 \\ \zeta_1 & 1 \\ \zeta_1 & 0 \\ \zeta_2 & 0 \\ \zeta_2 & 1 \\ \zeta_2 & 2 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

З графіків функцій піднабору 1(0) системи (2.11) (рис. 2.5) випливає, що він складається з 9 функцій, частотність яких не перевищує значення 8. Відповідно, піднабір 1(0) системи (2.11) задовольняє умови критерію зв'язку частотності з кількістю функцій у наборах системи [4, 7]. Зі сформульованих принципів побудови піднаборів випливає, що усі піднабори системи (2.11) задовольняють умови заданого критерію аналогічно піднабору 1(0). Іншими словами, система (2.11) задовольняє умови критерію зв'язку частотності з кількістю функцій у наборах системи за умови, що замість наборів функцій (2.11) застосовуються їхні піднабори.

Функції (2.11) не є попарно ортогональними, що обмежує застосування відповідного перетворення [4, 5, 7, 33, 45, 54, 69]. Це твердження випливає з відмінності від нуля значень інтегралів (2.15)-(2.17), що вказує на те, що функції 2-го, 6-го та 8-го порядків у піднаборі 1(0) не є ортогональними по відношенню до функції 0-го порядку заданого піднабору [56]-[59]

$$\int_0^1 \text{Ter01Mult}_{1,0}(u) \times \text{Ter01Mult}_{1,2}(u) du = \frac{2}{3}; \quad (2.15)$$

$$\int_0^1 \text{Ter01Mult}_{1,0}(u) \times \text{Ter01Mult}_{1,6}(u) du = \frac{2}{3}; \quad (2.16)$$

$$\int_0^1 \text{Ter01Mult}_{1,0}(u) \times \text{Ter01Mult}_{1,8}(u) du = \frac{4}{9}. \quad (2.17)$$

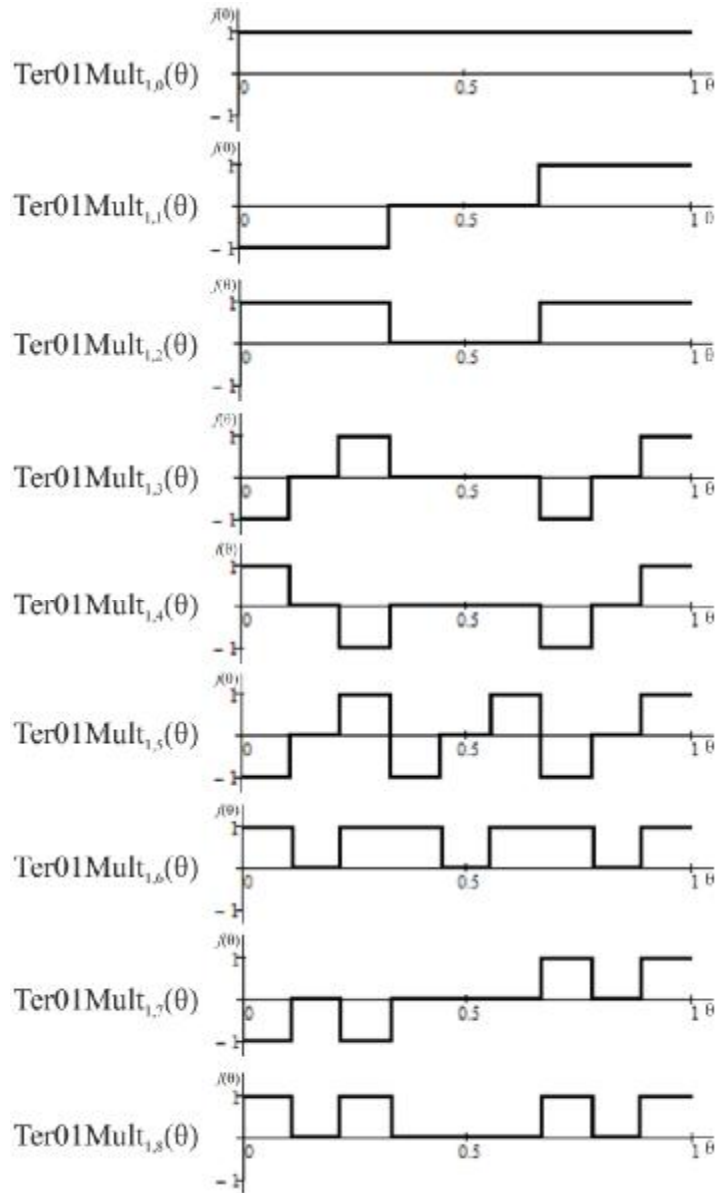


Рисунок 2.5 – Графіки добутків ТСФ піднабору 1(0) на проміжку [0, 1)

Система функцій (2.11) разом із системою уведених для неї піднаборів володіє рядом переваг у порівнянні з системою функцій (2.5) при застосуванні для ЦО інформації, однак, це застосування є суттєво обмеженим, у зв'язку з відсутністю властивості попарної ортогональності функцій, що породжує необхідність синтезу на її основі системи ортогоналізованих добутків ТСФ.

2.1.3 Система ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій

Недоліком системи добутків ТСФ (2.11) є відсутність властивості попарної ортогональності усіх функцій системи. При цьому, систему (2.11), запропоновано ортогоналізувати за процедурою Грама-Шмідта [33, 44]. Процедuru Грама-Шмідта можна застосувати до системи функцій, яка володіє властивістю лінійної незалежності [33, 44].

На основі обчислення рангів матриць значень функцій системи (2.11) для різних піднаборів встановлено, що довільний $n(l)$ ($n > 0$, $l \geq 0$) піднабір функцій (2.11) утворює лінійно незалежну систему функцій, оскільки ранг її матриці значень рівний $3^{3^{n-1}+l+1}$, тобто дорівнює кількості функцій у піднаборі. Для піднаборів $0(0)$ та $0(1)$ ранги матриць значень дорівнюють відповідно 1 та 3, тобто співпадають із кількістю функцій у піднаборі, а отже, ці піднабори утворюють лінійно незалежні системи функцій.

Принципи побудови функцій системи (2.11) та принципи утворення піднаборів функцій цієї системи, а також те, що піднабори системи (2.11) утворюють лінійно незалежні системи функцій, вказують на лінійну незалежність системи функцій (2.11).

Система (2.11) володіє властивістю лінійної незалежності, тому її ортогоналізовано за процедурою Грама-Шмідта [33, 44]

$$\begin{aligned} Ter01MultOrth_{ord,0}(q) &= Ter01Mult_{ord,0}(q), \\ Ter01MultOrth_{ord,n+1}(q) &= Ter01Mult_{ord,n+1}(q) - \\ &- \sum_{j=0}^n (Coef_{ord,n+1,j}(q) \times Ter01MultOrth_{ord,j}(q)), \end{aligned} \quad (2.18)$$

де $Ter01Mult_{ord,0}(\theta)$ – функція нульового порядку з набору ord системи (2.11), $ord = \log_3(\log_3 N)$ – номер набору функцій у системі, $N = 3^{3^{ord}}$ – кількість функцій у наборі ord , $n = 0, 1, \dots, N-1$, $Coef_{ord,p,j}(\theta)$ – допоміжний коефіцієнт

$$Coef_{ord,p,j}(q) = \frac{\langle Ter01Mult_{ord,p}(q), Ter01MultOrth_{ord,j}(q) \rangle}{\|Ter01MultOrth_{ord,j}(q)\|_{L_2}^2}, \quad (2.19)$$

для якого $p=1,2,\dots,N$, N – кількість функцій у наборі ord ,
 $\langle Ter01Mult_{ord,p}(q), Ter01MultOrth_{ord,j}(q) \rangle$ – скалярний добуток,
 $\|Ter01MultOrth_{ord,j}(q)\|_{L_2}^2$ – норма у просторі L_2 [56]-[60].

Система (2.18) є системою ортогоналізованих добутків ТСФ системи (2.11) і зберігає властивість 1) системи (2.11) та властивість 1) вкладення піднаборів у незмінному, у порівнянні з (2.11), вигляді. Система (2.18) також зберігає систему піднаборів, аналогічну системі (2.11) (табл. 2.3, 2.4). З графіків функцій піднабору 1(0) системи (2.18) (рис. 2.6) випливає, що функції системи (2.18) (крім функції тотожно рівної одиниці) мають нульове середнє значення, тобто значення інтегралів цих функцій по їх області визначення рівні нулю. Ця властивість є обов'язковою для вейвлет-функцій і, відповідно, для синтезу ВП [4, 6, 7, 21, 22, 45, 51].

Оскільки, систему функцій (2.18) утворено з лінійно незалежних функцій (2.11) за допомогою процедури ортогоналізації (методом Грама-Шмідта), то така система функцій для різних наборів n та порядків i є ортогональною, а отже, й лінійно незалежною. Іншими словами, система функцій (2.18) володіє властивостями лінійної незалежності та ортогональності.

Необхідною умовою для формування швидких перетворень наборів даних є повнота системи функцій [4, 5, 55]. Для доведення повноти системи (2.18) достатньо довести, що довільна інтегровна за Лебегом функція $f(s)$, яка для всіх можливих значень n, i задовольняє рівність (2.20), за винятком множини міри нуль, тотожно рівна нулю [57]-[59], [98]

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{n,i}(s) ds = 0. \quad (2.20)$$

Для цього необхідно увести функцію

$$F(s) = \int_0^s f(s)ds. \quad (2.21)$$

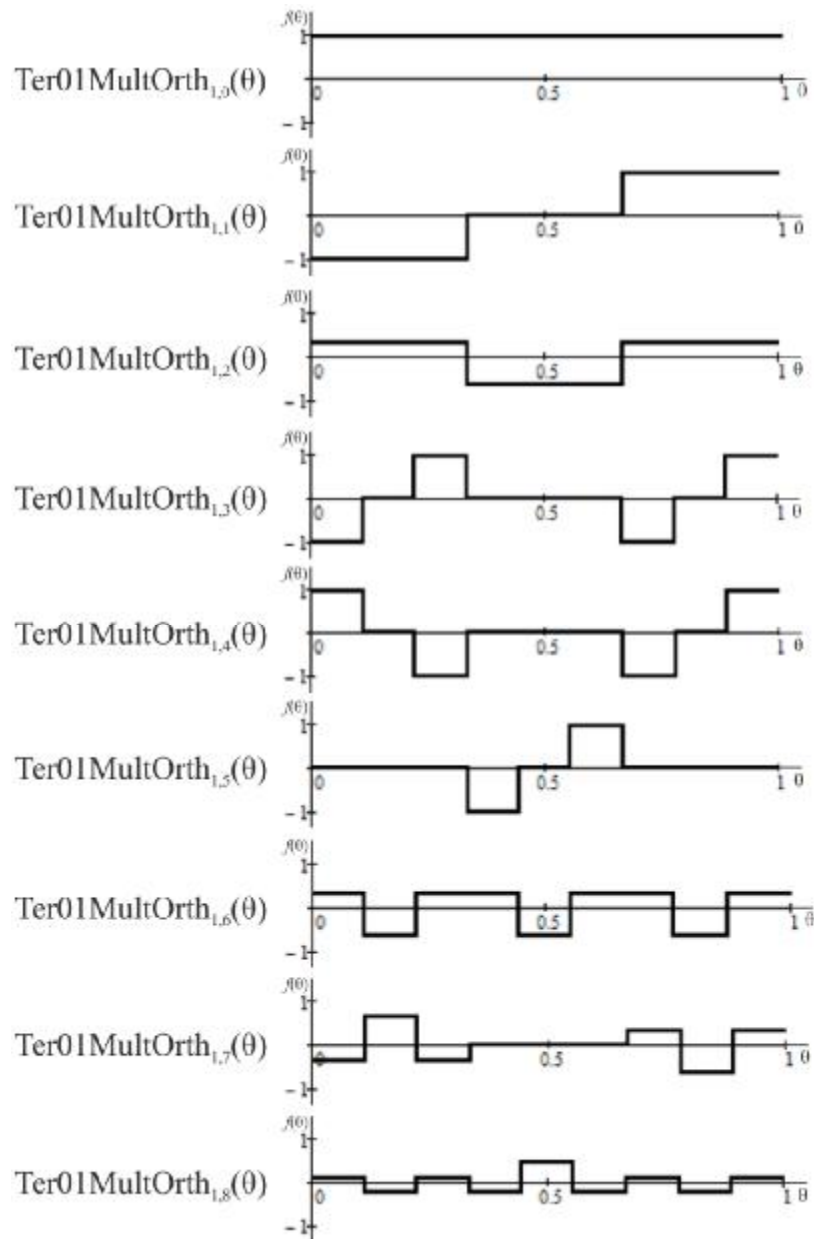


Рисунок 2.6 – Графіки ортогоналізованих добутків ТСФ піднабору $1(0)$ на проміжку $[0, 1)$

Для функції $Ter01MultOrth_{0,0}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{0,0}(s) ds = \int_0^1 f(s) ds = 0, \quad (2.22)$$

а, отже,

$$F(1) = 0. \quad (2.23)$$

За властивістю визначеного інтеграла рівність (2.22) представлено як [56]

$$\int_0^1 f(s) ds = \int_0^{\frac{1}{3}} f(s) ds + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(s) ds + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(s) ds = 0. \quad (2.24)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,1}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,1}(s) ds = \left(- \int_0^{\frac{1}{3}} f(s) ds \right) + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(s) ds = 0. \quad (2.25)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,2}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,2}(s) ds = \frac{1}{3} \left(- \int_0^{\frac{1}{3}} f(s) ds + 2 \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(s) ds + \int_{\frac{2}{3}}^1 f(s) ds \right) = 0. \quad (2.26)$$

З рівностей (2.24)-(2.26) випливає, що

$$F\left(\frac{1}{3}\right) = F\left(\frac{2}{3}\right) = 0. \quad (2.27)$$

З рівностей (2.24)-(2.27) випливає, що

$$\int_0^{\frac{1}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{2}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} f(s) ds = 0; \quad (2.28)$$

$$\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{4}{9}}^{\frac{5}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{5}{9}}^{\frac{2}{3}} f(s) ds = 0; \quad (2.29)$$

$$\int_0^1 f(s) ds + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{7}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{8}{9}}^1 f(s) ds = 0. \quad (2.30)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,3}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,3}(s) ds = \left(- \int_0^{\frac{1}{9}} f(s) ds \right) + \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} f(s) ds - \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{7}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{8}{9}}^1 f(s) ds = 0. \quad (2.31)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,4}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,4}(s) ds = \int_0^{\frac{1}{9}} f(s) ds - \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} f(s) ds - \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{7}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{8}{9}}^1 f(s) ds = 0. \quad (2.32)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,5}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,5}(s) ds = \left(- \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{4}{9}} f(s) ds \right) + \int_{\frac{5}{9}}^{\frac{2}{3}} f(s) ds = 0. \quad (2.33)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,6}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\int_0^1 f(s) Ter01MultOrth_{1,6}(s) ds = \frac{1}{3} \left(\int_0^{\frac{1}{9}} f(s) ds - 2 \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{2}{9}} f(s) ds + \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} f(s) ds + \right.$$

$$+ \frac{4}{9} \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \frac{5}{9} \frac{4}{9} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \frac{2}{3} \frac{5}{9} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \frac{7}{9} \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \frac{8}{9} \frac{7}{9} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \frac{1}{9} \frac{8}{9} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds = 0. \quad (2.34)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,7}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\partial}{\partial s} f(s) Ter01MultOrth_{1,7}(s) ds = & \frac{1}{3} \left(- \int_0^{\frac{1}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + 2 \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{2}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \right. \\ & \left. + \int_{\frac{7}{9}}^{\frac{2}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \int_{\frac{8}{9}}^{\frac{7}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \int_{\frac{8}{9}}^1 \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Для функції $Ter01MultOrth_{1,8}(\theta)$ рівність (2.20) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\partial}{\partial s} f(s) Ter01MultOrth_{1,8}(s) ds = & \frac{1}{9} \left(\int_0^{\frac{1}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \int_{\frac{1}{9}}^{\frac{2}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \int_{\frac{2}{9}}^{\frac{1}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - \right. \\ & - 2 \int_{\frac{4}{9}}^{\frac{1}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + 4 \int_{\frac{5}{9}}^{\frac{4}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \int_{\frac{5}{9}}^{\frac{2}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \int_{\frac{7}{9}}^{\frac{2}{3}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds - 2 \int_{\frac{8}{9}}^{\frac{7}{9}} \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds + \int_{\frac{8}{9}}^1 \frac{\partial}{\partial s} f(s) ds \Big) = 0. \end{aligned} \quad (2.36)$$

З рівностей (2.28)-(2.36) випливає, що

$$F\left(\frac{1}{9}\right) = F\left(\frac{2}{9}\right) = F\left(\frac{4}{9}\right) = F\left(\frac{5}{9}\right) = F\left(\frac{7}{9}\right) = F\left(\frac{8}{9}\right) = 0. \quad (2.37)$$

Аналогічні результати можна отримати і для функцій вищих порядків та наборів системи (2.18), а отже, функція $F(s)$ завжди тотожно рівна нулю, коли s є скінченним трійковим дробом вигляду

$$\frac{1}{3^{p_1}} + \frac{1}{3^{p_2}} + \dots + \frac{1}{3^{p_n}}. \quad (2.38)$$

Побудовані точки утворюють всюди щільну множину точок. Крім цього, проведені обчислення доводять, що функція $F(s)$ є неперервною і для довільного значення аргумента, за винятком множини міри нуль, виконується співвідношення:

$$f(s) = \frac{d}{ds}(F(s)). \quad (2.39)$$

Відповідно, $F(s)$ на інтервалі $[0, 1]$ тотожно рівна нулю і $f(s)$ для довільного значення аргумента, за винятком множини точок міри нуль, є тотожно рівною нулю. Цим доведено повноту системи функцій (2.18) і показано, що довільна інтегровна функція, яка задовольняє умову (2.20), для довільного значення аргумента, за винятком множини міри нуль, тотожно рівна нулю.

З метою скорочення і спрощення запису функцій системи (2.18) уведено нові позначення для функцій цієї системи. Запропоноване перепозначення (2.40) здійснено згідно системи позначень, запропонованої Хармутом [5, 47, 54] та позначень функцій системи Хаара [98].

$$Ter_n^{(i)}(q) = Ter01MultOrth_{n,i}(q), \quad (2.40)$$

де $n = \log_3(\log_3 N)$ – номер набору функцій у системі, $N = 3^{3^n}$ – кількість функцій у наборі, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ – порядковий номер функції у наборі, $Ter01MultOrth_{n,i}(\theta)$ – функції системи (2.18).

Оскільки функції (2.40) мають відмінну від функцій (2.1) та (2.4) нотацію (інший набір індексів), то неоднозначності у ідентифікації функцій таких систем не виникає.

Оскільки, функції (2.40) є лінійно незалежними, то система (2.40) може бути застосована в якості базису для дискретних ОП [4, 5, 7, 45, 96]. Окрім цього, система (2.40) володіє властивістю повноти у просторі $L_2[0, 1]$ і функції в її межах є попарно ортогональними, що уможливорює формування на основі таких ОП відповідних швидких перетворень [4, 5, 55]. Нульове середнє значення по часовій області функцій (2.40) уможливорює синтез ВП на їх основі [6, 21, 22, 51].

2.2 Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій

2.2.1 Метод ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій

Як було зазначено вище, якщо матриця перетворення (1.4) ортогональна, то таке перетворення володіє рядом переваг при імплементації у системах ЦО інформації. Матриця T_9'' (2.41) значень функцій піднабору 1(0) системи (2.40) не є ортогональною. Аналогічно, довільна матриця значень T_N'' розміром $N=3^n$ ($n=0,1,\dots$) у межах наборів та піднаборів функцій (2.40) не є ортогональною.

$$T_9'' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & -2/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & -2/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ -1/3 & 2/3 & -1/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ 1/9 & -2/9 & 1/9 & -2/9 & 4/9 & -2/9 & 1/9 & -2/9 & 1/9 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Норми рядків матриці T_9'' (2.41) значень функцій піднабору 1(0) системи (2.40) не рівні між собою і, відповідно, неможливо увести єдиний нормуючий коефіцієнт для усієї матриці. Аналогічна ситуація спостерігається для довільної матриці T_N'' значень у межах наборів та піднаборів функцій (2.40). Відповідно, для кожної i -ої функції з n -ого набору системи (2.40) запропоновано нормуючий коефіцієнт у наступному вигляді:

$$C_n^{(i)} = \sqrt{\frac{3^{3^n}}{\sum_{t=0}^{3^{3^n}-1} Ter_n^{(i)}\left(\frac{t}{3^{3^n}}\right)^2}}, \quad (2.42)$$

де $n=\log_3(\log_3 N)$ – номер набору функцій у системі, $N=3^{3^n}$ – кількість функцій у наборі, $i=0,1,2,\dots,N-1$ – порядковий номер функції у наборі, $Ter_n^{(i)}(q)$ – ортогоналізовані добутки ТСФ (система (2.40)).

Матриця T_9' . (2.43) значень функцій піднабору 1(0) системи (2.40), помножених на відповідні нормуючі коефіцієнти (2.42), не є ортогональною, але норми її рядків рівні 9, тобто розміру матриці. У такому випадку, матрицю перетворення достатньо помножити на коефіцієнт, рівний $1/\sqrt{N}$, де N – розмір матриці перетворення [4, 5, 46]

$$T_9' = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{3}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\sqrt{3} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & -1 & 2 & -1 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot (2.43)$$

Матриця дискретного ОП на основі ТСФ має вигляд

$$T_N = \frac{1}{\sqrt{N}} T_N', \quad (2.44)$$

де T_N' – квадратна матриця розміром $N=3^n$ ($n=0,1,\dots$) дискретних значень функцій $Ter_n^{(i)}$ (система (2.40)), одержаних в точках $\theta=s/N$ та помножених на коефіцієнти (2.42), $s=0,1,\dots,N-1$.

Оскільки, матриця (2.44) є ортогональною, вона застосована у якості матриці дискретного ОП на основі ТСФ, яке у матричному записі подається згідно співвідношення

$$Y = T_N X, \quad (2.45)$$

де $Y=[Y(0),Y(1),...,Y(N-1)]^T$ – N -компонентний вектор коефіцієнтів трійкового симетричного ортогонального перетворення (ТСОП), $N=3^n$, $n=0,1,...$, T_N – матриця перетворення розміру $N \times N$, яка задана виразом (2.44), $X=[X(0),X(1),...,X(N-1)]^T$ – N -компонентний вектор дискретних значень вхідного набору даних, для якого здійснюється перетворення.

Обернене ТСОП обчислюють згідно

$$X = (T_N)^T Y. \quad (2.46)$$

У загальному випадку, для реалізації перетворення (2.45) (прямий метод обчислення) необхідно $N(N-1)$ операцій додавання/віднімання та N^2 операцій множення двох елементів, що еквівалентно прямому обчисленню матричного добутку у виразі перетворення. У зв'язку з цим, необхідно здійснити мінімізацію кількості обох типів операцій при реалізації перетворення у апаратних та програмних засобах ЦО інформації.

2.2.2 Метод швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій

З метою мінімізації кількості операцій множення у перетворенні (2.45) уведено коефіцієнти (2.47). Спектральні коефіцієнти перетворення обчислюються множенням результатів операцій додавання/віднімання на відповідні коефіцієнти

$$C_N(i-1) = (T_N)_i^k, \quad k = \underset{j \in NZ(N,i)}{\operatorname{argmin}} (|(T_N)_i^j|), \quad (2.47)$$

де $(T_N)_i^j$ – елемент матриці T_N виду (2.44), який знаходиться у i -ому рядку та j -ому стовпці, $NZ(N,i)$ – множина номерів стовпців ненульових елементів i -ого рядка матриці T_N , $i=1,2,...,N$.

Множенням кожного з рядків матриці T_N на обернене до відповідного коефіцієнта (2.47) число отримано допоміжні матриці TH_N . Матриця TH_9 розміру 9×9 має наступний вигляд:

$$TH_9 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 4 & -2 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Допоміжні матриці TH_N володіють властивостями, які дозволяють рекурентним шляхом на основі матриць молодших порядків обчислювати матриці старших порядків. Тому, в основі швидкого ТСОП лежить рекурсивна процедура зменшення розміру згідно методу divide-and-conquer [5, 24, 55, 71], [99]-[101]. Метод швидкого ТСОП показано на прикладі перетворення розміру $N=27$, яке обчислюється згідно

$$\begin{pmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ Y(2) \\ Y(3) \\ \vdots \\ \dots \\ Y(26) \end{pmatrix} = T_{27} \begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ \vdots \\ \dots \\ X(26) \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

Для спрощення подальших викладок опущено, без втрати загальності, множення на коефіцієнти (2.47) у проміжних етапах перетворення.

Першим кроком методу є ініціалізація, яка полягає у визначенні кількості ітерацій методу в залежності від розміру перетворення у вигляді $\log_3 N$. На наступному кроці обчислюються суми, які відповідають першій ітерації

перетворення. Для перетворення (2.49) першу третину таких сум отримано із наступного виразу

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^Y(0) \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} \div \\
 \mathfrak{C} Y(1) \div \\
 \mathfrak{C} Y(2) \div \\
 \mathfrak{C} Y(3) \div \\
 \mathfrak{C} Y(4) \div = TH_9 \\
 \mathfrak{C} Y(5) \div \\
 \mathfrak{C} Y(6) \div \\
 \mathfrak{C} Y(7) \div \\
 \mathfrak{C} Y(8) \emptyset
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 1 1 1 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^X(0) \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} \div \\
 \mathfrak{C} X(1) \div \\
 \mathfrak{C} X(2) \div \\
 \mathfrak{C} X(3) \div \\
 \mathfrak{C} X(4) \div + \\
 \mathfrak{C} X(5) \div \\
 \mathfrak{C} X(6) \div \\
 \mathfrak{C} X(7) \div \\
 \mathfrak{C} X(8) \emptyset
 \end{array} \\
 & + TH_9 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 1 1 1 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 1 1 1 0 0 0 \div + \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 1 1 1 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^X(9) \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} \div \\
 \mathfrak{C} X(10) \div \\
 \mathfrak{C} X(11) \div \\
 \mathfrak{C} X(12) \div \\
 \mathfrak{C} X(13) \div + \\
 \mathfrak{C} X(14) \div \\
 \mathfrak{C} X(15) \div \\
 \mathfrak{C} X(16) \div \\
 \mathfrak{C} X(17) \emptyset
 \end{array} \\
 & + TH_9 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 1 1 1 0 0 0 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 1 1 1 0 0 0 \div \\
 \mathfrak{C} 0 0 0 0 0 0 1 1 1 \div
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \mathfrak{a}^X(18) \ddot{\circ} \\
 \mathfrak{C} \div \\
 \mathfrak{C} X(19) \div \\
 \mathfrak{C} X(20) \div \\
 \mathfrak{C} X(21) \div \\
 \mathfrak{C} X(22) \div = \\
 \mathfrak{C} X(23) \div \\
 \mathfrak{C} X(24) \div \\
 \mathfrak{C} X(25) \div \\
 \mathfrak{C} X(26) \emptyset
 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} X(0) + X(1) + X(2) \\ X(3) + X(4) + X(5) \\ X(6) + X(7) + X(8) \\ X(9) + X(10) + X(11) \\ X(12) + X(13) + X(14) \\ X(15) + X(16) + X(17) \\ X(18) + X(19) + X(20) \\ X(21) + X(22) + X(23) \\ X(24) + X(25) + X(26) \end{pmatrix} = TH_9 \begin{pmatrix} X_1(0) \\ X_1(1) \\ X_1(2) \\ X_1(3) \\ X_1(4) \\ X_1(5) \\ X_1(6) \\ X_1(7) \\ X_1(8) \end{pmatrix}, \quad (2.50)
\end{aligned}$$

де $X_1(i) = X(0+3i) + X(1+3i) + X(2+3i)$, $i=0,1,\dots,8$.

Аналогічним чином обчислено третю третину сум:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} Y(18) \\ Y(19) \\ Y(20) \\ Y(21) \\ Y(22) \\ Y(23) \\ Y(24) \\ Y(25) \\ Y(26) \end{pmatrix} = TH_9 \begin{pmatrix} X(0) - 2X(1) + X(2) \\ X(3) - 2X(4) + X(5) \\ X(6) - 2X(7) + X(8) \\ X(9) - 2X(10) + X(11) \\ X(12) - 2X(13) + X(14) \\ X(15) - 2X(16) + X(17) \\ X(18) - 2X(19) + X(20) \\ X(21) - 2X(22) + X(23) \\ X(24) - 2X(25) + X(26) \end{pmatrix} = TH_9 \begin{pmatrix} X_1(18) \\ X_1(19) \\ X_1(20) \\ X_1(21) \\ X_1(22) \\ X_1(23) \\ X_1(24) \\ X_1(25) \\ X_1(26) \end{pmatrix}, \quad (2.51)
\end{aligned}$$

де $X_1(i+18) = X(0+3i) - 2X(1+3i) + X(2+3i)$, $i=0,1,\dots,8$.

Для обчислення другої третини сум за допомогою рекурентної процедури, аналогічної до (2.50) та (2.51), уведено матриці рекурентного перетворення:

$$MT_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = TH_3; \quad (2.52)$$

$$MT_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

За умови, що $MTH_1 = MT_2$, допоміжні матриці рекурентного перетворення MTH_p для $p > 1$ визначено у вигляді

$$MTH_p = \begin{pmatrix} MT_2 & \ddots & MTH_{p-1,1} \\ & MT_1 & \ddots & MTH_{p-1,2} \\ & & MT_2 & \ddots & MTH_{p-1,3} \\ & & & \ddots & \\ & & & & MT_1 & \ddots & MTH_{p-1,3^{p-2}} \\ & & & & & MT_2 & \ddots & MTH_{p-1,3^{p-1}} \end{pmatrix}, \quad (2.54)$$

де $\ddots$ – добуток Кронекера, $MTH_{p,i}$ – i -ий рядок матриці MTH_p .

Із застосуванням матриць (2.54), другу третину сум першої ітерації перетворення (2.49) обчислено наступним чином:

$$\begin{aligned} Y(9) &= 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = X(0) + X(2) \\ Y(10) &= -1 \cdot 0 + 0 \cdot -1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = X(3) + X(5) \\ Y(11) &= 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = X(6) + X(8) \\ Y(12) &= -1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + -1 \cdot 0 + 1 \cdot -1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = X(9) + X(11) \\ Y(13) &= 1 \cdot 0 + -1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot -1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = X(12) + X(14) \\ Y(14) &= -1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + -2 \cdot -1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = X(15) + X(17) \\ Y(15) &= 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = X(18) + X(20) \\ Y(16) &= 0 \cdot -1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = X(21) + X(23) \\ Y(17) &= 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = X(24) + X(26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &X_1(9) \\ &X_1(10) \\ &X_1(11) \\ &X_1(12) \\ &= MTH_2 \begin{pmatrix} X_1(13) \\ X_1(14) \\ X_1(15) \\ X_1(16) \\ X_1(17) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

де $X_1(i+9) = (-X(0+3i)) + X(2+3i)$, $i=0,1,\dots,8$.

У результаті застосування процедур зменшення розміру, реалізовано декомпозицію перетворення (2.49) розміру $N=27$ на три перетворення (2.50), (2.51) та (2.55) розміру $N=9$. Друга ітерація методу швидкого ТСОП для перетворення (2.49) полягає у декомпозиції кожного з одержаних перетворень розміру $N=9$, за аналогічним принципом, на три перетворення розміру $N=3$. Першу третину сум перетворення (2.50) обчислено наступним чином:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} \text{æ} & 1 & 1 \\ \text{ç} & 0 & 0 \\ \text{è} & 0 & 0 \end{matrix} \begin{matrix} Y(0) \\ Y(1) \\ Y(2) \end{matrix} \div \begin{matrix} \text{æ} & 1 & 1 \\ \text{ç} & 0 & 0 \\ \text{è} & 0 & 0 \end{matrix} \begin{matrix} X_1(0) \\ X_1(1) \\ X_1(2) \end{matrix} \div + \begin{matrix} \text{æ} & 0 & 0 \\ \text{ç} & 1 & 1 \\ \text{è} & 0 & 0 \end{matrix} \begin{matrix} X_1(3) \\ X_1(4) \\ X_1(5) \end{matrix} \div + \\
 & + \begin{matrix} \text{æ} & 0 & 0 \\ \text{ç} & 0 & 0 \\ \text{è} & 1 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} X_1(6) \\ X_1(7) \\ X_1(8) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_1(0) + X_1(1) + X_1(2) \\ \text{ç} & X_1(3) + X_1(4) + X_1(5) \\ \text{è} & X_1(6) + X_1(7) + X_1(8) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_2(0) \\ \text{ç} & X_2(1) \\ \text{è} & X_2(2) \end{matrix} \div, \quad (2.56)
 \end{aligned}$$

де $X_2(i) = X_1(0+3i) + X_1(1+3i) + X_1(2+3i)$, $i=0,1,2$.

Друга третина сум обчислена за наступною процедурою:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} \text{æ} \\ \text{ç} \\ \text{è} \end{matrix} \begin{matrix} Y(3) \\ Y(4) \\ Y(5) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_1(0) + X_1(2) \\ \text{ç} & -X_1(3) + X_1(5) \\ \text{è} & -X_1(6) + X_1(8) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_2(3) \\ \text{ç} & X_2(4) \\ \text{è} & X_2(5) \end{matrix} \div, \quad (2.57)
 \end{aligned}$$

де $X_2(i+3) = (-X_1(0+3i)) + X_1(2+3i)$, $i=0,1,2$.

Аналогічним до (2.56) чином обчислено третю третину сум:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} \text{æ} \\ \text{ç} \\ \text{è} \end{matrix} \begin{matrix} Y(6) \\ Y(7) \\ Y(8) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_1(0) - 2X_1(1) + X_1(2) \\ \text{ç} & X_1(3) - 2X_1(4) + X_1(5) \\ \text{è} & X_1(6) - 2X_1(7) + X_1(8) \end{matrix} \div = \begin{matrix} \text{æ} & X_2(6) \\ \text{ç} & X_2(7) \\ \text{è} & X_2(8) \end{matrix} \div, \quad (2.58)
 \end{aligned}$$

де $X_2(i+6) = X_1(0+3i) - 2X_1(1+3i) + X_1(2+3i)$, $i=0,1,2$.

За аналогічною процедурою реалізовано декомпозицію перетворення (2.51) на такі 3 частини:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \mathfrak{A}Y(18) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}Y(19) \div \\ \mathfrak{E}Y(20) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(18) + X_1(19) + X_1(20) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(21) + X_1(22) + X_1(23) \div \\ \mathfrak{E}X_1(24) + X_1(25) + X_1(26) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_2(18) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_2(19) \div \\ \mathfrak{E}X_2(20) \dot{\emptyset} \end{array} \\ & TH_3 & \\ \end{array} \quad (2.59)$$

де $X_2(i+18)=X_1(18+(0+3i))+X_1(18+(1+3i))+X_1(18+(2+3i))$, $i=0,1,2$;

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \mathfrak{A}Y(21) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}Y(22) \div \\ \mathfrak{E}Y(23) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(18) + X_1(20) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(21) + X_1(23) \div \\ \mathfrak{E}X_1(24) + X_1(26) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_2(21) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_2(22) \div \\ \mathfrak{E}X_2(23) \dot{\emptyset} \end{array} \\ & MT_2 & \\ \end{array} \quad (2.60)$$

де $X_2(i+21)=(-X_1(18+(0+3i)))+X_1(18+(2+3i))$, $i=0,1,2$;

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \mathfrak{A}Y(24) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}Y(25) \div \\ \mathfrak{E}Y(26) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(18) - 2X_1(19) + X_1(20) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(21) - 2X_1(22) + X_1(23) \div \\ \mathfrak{E}X_1(24) - 2X_1(25) + X_1(26) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_2(24) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_2(25) \div \\ \mathfrak{E}X_2(26) \dot{\emptyset} \end{array} \\ & TH_3 & \\ \end{array} \quad (2.61)$$

де $X_2(i+24)=X_1(18+(0+3i))-2X_1(18+(1+3i))+X_1(18+(2+3i))$, $i=0,1,2$.

Рекурсивна процедура зменшення розміру перетворення (2.55) реалізована у вигляді декомпозиції на такі 3 частини:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \mathfrak{A}Y(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}Y(10) \div \\ \mathfrak{E}Y(11) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(10) \div \\ \mathfrak{C}X_1(11) \div \\ \mathfrak{C}X_1(12) \div \\ \mathfrak{C}X_1(13) \div \\ \mathfrak{C}X_1(14) \div \\ \mathfrak{C}X_1(15) \div \\ \mathfrak{C}X_1(16) \div \\ \mathfrak{C}X_1(17) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(10) \div \\ \mathfrak{C}X_1(11) \dot{\emptyset} \\ \mathfrak{A}X_1(12) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(13) \div \\ \mathfrak{C}X_1(14) \dot{\emptyset} \\ \mathfrak{A}X_1(15) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(16) \div \\ \mathfrak{C}X_1(17) \dot{\emptyset} \end{array} \\ & [MT_2 \text{ } \mathfrak{A} \text{ } MT_{2,1}] & MT_2 \\ \end{array} = \begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_1(9) + X_1(11) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_1(12) + X_1(14) \div \\ \mathfrak{E}X_1(15) + X_1(17) \dot{\emptyset} \end{array} & \begin{array}{c} \mathfrak{A}X_2(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{C}X_2(10) \div \\ \mathfrak{E}X_2(11) \dot{\emptyset} \end{array} & \\ & MT_2 & \\ \end{array} \quad (2.62)$$

де $X_2(i+9)=X_1(9+(0+3i))+X_1(9+(2+3i))$, $i=0,1,2$, $MT_{2,1}$ – перший рядок матриці MT_2 ;

$$\begin{array}{ccc}
& \begin{array}{c} \mathfrak{X}_1(9) \\ \mathfrak{X}_1(10) \\ \mathfrak{X}_1(11) \\ \mathfrak{X}_1(12) \\ \mathfrak{X}_1(13) \\ \mathfrak{X}_1(14) \\ \mathfrak{X}_1(15) \\ \mathfrak{X}_1(16) \\ \mathfrak{X}_1(17) \end{array} & \\
\begin{array}{c} \mathfrak{Y}(12) \\ \mathfrak{Y}(13) \\ \mathfrak{Y}(14) \end{array} & = [MT_1 \text{ } \mathfrak{A} \text{ } MT_{2,2}] & \begin{array}{c} \mathfrak{X}_2(12) \\ \mathfrak{X}_2(13) \\ \mathfrak{X}_2(14) \end{array} \\
& & \text{де } X_2(i+12) = (-X_1(9+(0+3i))) + X_1(9+(2+3i)), i=0,1,2;
\end{array} \quad (2.63)$$

$$\begin{array}{ccc}
& \begin{array}{c} \mathfrak{X}_1(9) \\ \mathfrak{X}_1(10) \\ \mathfrak{X}_1(11) \\ \mathfrak{X}_1(12) \\ \mathfrak{X}_1(13) \\ \mathfrak{X}_1(14) \\ \mathfrak{X}_1(15) \\ \mathfrak{X}_1(16) \\ \mathfrak{X}_1(17) \end{array} & \\
\begin{array}{c} \mathfrak{Y}(15) \\ \mathfrak{Y}(16) \\ \mathfrak{Y}(17) \end{array} & = [MT_2 \text{ } \mathfrak{A} \text{ } MT_{2,3}] & \begin{array}{c} \mathfrak{X}_1(10) \\ \mathfrak{X}_1(13) \\ \mathfrak{X}_1(16) \end{array} \\
& & \text{де } X_2(i+12) = (-X_1(9+(0+3i))) + X_1(9+(2+3i)), i=0,1,2;
\end{array} \quad (2.64)$$

Рівності (2.56)-(2.64) полягають в обчисленні 3-точкового перетворення (2.45). Останнім кроком швидкого перетворення (2.49) є підстановка безпосереднє обчислення матричних добутків. Вирази для всіх коефіцієнтів Y перетворення (2.49) представлено у вигляді таблиці 2.5.

Обернене перетворення до перетворення (2.49) подано у вигляді

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} \mathfrak{X}(0) \\ \mathfrak{X}(1) \\ \mathfrak{X}(2) \\ \mathfrak{X}(3) \\ \dots \\ \mathfrak{X}(26) \end{array} & = T_{27}^T & \begin{array}{c} \mathfrak{Y}(0) \\ \mathfrak{Y}(1) \\ \mathfrak{Y}(2) \\ \mathfrak{Y}(3) \\ \dots \\ \mathfrak{Y}(26) \end{array} = TH_{27}^T & \begin{array}{c} \mathfrak{Y}_0(0) \\ \mathfrak{Y}_0(1) \\ \mathfrak{Y}_0(2) \\ \mathfrak{Y}_0(3) \\ \dots \\ \mathfrak{Y}_0(26) \end{array} ,
\end{array} \quad (2.65)$$

де T_{27}^T – транспонована матриця T_{27} , $Y_0(i) = C_{27}(i)Y(i)$, $i=0,1,\dots,26$.

Таблиця 2.5 – Вирази для обчислення коефіцієнтів 27-точкового перетворення (2.49)

Коефіцієнт перетворення	Вираз для обчислення відповідного коефіцієнта
$Y(0)$	$C_{27}(0)(X_2(0)+X_2(1)+X_2(2))$
$Y(1)$	$C_{27}(1)(-X_2(0)+X_2(2))$
$Y(2)$	$C_{27}(2)(X_2(0)-2X_2(1)+X_2(2))$
$Y(3)$	$C_{27}(3)(X_2(3)+X_2(5))$
$Y(4)$	$C_{27}(4)(-X_2(3)+X_2(5))$
$Y(5)$	$C_{27}(5)(X_2(4))$
$Y(6)$	$C_{27}(6)(X_2(6)+X_2(7)+X_2(8))$
$Y(7)$	$C_{27}(7)(-X_2(6)+X_2(8))$
$Y(8)$	$C_{27}(8)(X_2(6)-2X_2(7)+X_2(8))$
$Y(9)$	$C_{27}(9)(X_2(9)+X_2(11))$
$Y(10)$	$C_{27}(10)(-X_2(9)+X_2(11))$
$Y(11)$	$C_{27}(11)(X_2(10))$
$Y(12)$	$C_{27}(12)(X_2(12)+X_2(13)+X_2(14))$
$Y(13)$	$C_{27}(13)(-X_2(12)+X_2(14))$
$Y(14)$	$C_{27}(14)(X_2(12)-2X_2(13)+X_2(14))$
$Y(15)$	$C_{27}(15)(X_1(10)+X_1(16))$
$Y(16)$	$C_{27}(16)(-X_1(10)+X_1(16))$
$Y(17)$	$C_{27}(17)(X_1(13))$
$Y(18)$	$C_{27}(18)(X_2(18)+X_2(19)+X_2(20))$
$Y(19)$	$C_{27}(19)(-X_2(18)+X_2(20))$
$Y(20)$	$C_{27}(20)(X_2(18)-2X_2(19)+X_2(20))$
$Y(21)$	$C_{27}(21)(X_2(21)+X_2(23))$
$Y(22)$	$C_{27}(22)(-X_2(21)+X_2(23))$
$Y(23)$	$C_{27}(23)(X_2(22))$
$Y(24)$	$C_{27}(24)(X_2(24)+X_2(25)+X_2(26))$
$Y(25)$	$C_{27}(25)(-X_2(24)+X_2(26))$
$Y(26)$	$C_{27}(26)(X_2(24)-2X_2(25)+X_2(26))$

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + MTH_2^T \begin{pmatrix} Y_0(9) \\ Y_0(10) \\ Y_0(11) \\ Y_0(12) \\ Y_0(13) \\ Y_0(14) \\ Y_0(15) \\ Y_0(16) \\ Y_0(17) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + TH_9^T \begin{pmatrix} Y_0(18) \\ Y_0(19) \\ Y_0(20) \\ Y_0(21) \\ Y_0(22) \\ Y_0(23) \\ Y_0(24) \\ Y_0(25) \\ Y_0(26) \end{pmatrix} \quad (2.66)
\end{aligned}$$

З урахуванням властивості асоціативності матричного множення [102, 103] для першого доданку у рівності (2.66) матричний добуток перетворено наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(0) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(1) \div \\ \zeta Y_0(2) \div \\ \zeta Y_0(3) \div \\ \zeta Y_0(4) \div \\ \zeta Y_0(5) \div \\ \zeta Y_0(6) \div \\ \zeta Y_0(7) \div \\ \zeta Y_0(8) \div \end{matrix} \begin{matrix} \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \end{matrix} TH_9^T = \begin{matrix} \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & -1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & -1 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \end{matrix} TH_3^T \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(0) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(1) \div \\ \zeta Y_0(2) \div \\ \zeta Y_0(3) \div \\ \zeta Y_0(4) \div \\ \zeta Y_0(5) \div \\ \zeta Y_0(6) \div \\ \zeta Y_0(7) \div \\ \zeta Y_0(8) \div \end{matrix} + \begin{matrix} \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & -2 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & -2 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \end{matrix} MTH_1^T \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(3) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(4) \div \\ \zeta Y_0(5) \div \\ \zeta Y_0(6) \div \\ \zeta Y_0(7) \div \\ \zeta Y_0(8) \div \end{matrix} \\
& + \begin{matrix} \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}1 & 0 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & -2 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 1 & 0 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & -2 \ddot{\circ} \\ \mathbb{A}0 & 0 & 1 \ddot{\circ} \end{matrix} TH_3^T \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(6) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(7) \div \\ \zeta Y_0(8) \div \end{matrix} . \tag{2.67}
\end{aligned}$$

У випадку другого доданку рівності (2.66) процедура спрощення має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(9) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(10) \div \\ \zeta Y_0(11) \div \\ \zeta Y_0(12) \div \\ \zeta Y_0(13) \div \\ \zeta Y_0(14) \div \\ \zeta Y_0(15) \div \\ \zeta Y_0(16) \div \\ \zeta Y_0(17) \div \end{matrix} MTH_2^T = \begin{bmatrix} MT_2^T & \ddot{\Delta} & MT_{2,1}^T \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(9) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(10) \div \\ \zeta Y_0(11) \div \end{matrix} + \begin{bmatrix} MT_1^T & \ddot{\Delta} & MT_{2,2}^T \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(12) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(13) \div \\ \zeta Y_0(14) \div \end{matrix} \\
& + \begin{bmatrix} MT_2^T & \ddot{\Delta} & MT_{2,3}^T \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(15) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(16) \div \\ \zeta Y_0(17) \div \end{matrix} = MTH_1^T \begin{matrix} \mathbb{A}Y_0(9) \ddot{\circ} \\ \zeta Y_0(10) \div \\ \zeta Y_0(11) \div \end{matrix} \ddot{\Delta} MTH_{1,1}^T +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + TH_3^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(12) \\ \ddot{Y}_0(13) \\ \ddot{Y}_0(14) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} MTH_{1,2}^T + MTH_1^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(15) \\ \ddot{Y}_0(16) \\ \ddot{Y}_0(17) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} MTH_{1,3}^T. \quad (2.68)
\end{aligned}$$

Третій доданок у рівності (2.66) спрощено аналогічно першому:

$$\begin{aligned}
& TH_9^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(18) \\ \ddot{Y}_0(19) \\ \ddot{Y}_0(20) \\ \ddot{Y}_0(21) \\ \ddot{Y}_0(22) \\ \ddot{Y}_0(23) \\ \ddot{Y}_0(24) \\ \ddot{Y}_0(25) \\ \ddot{Y}_0(26) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} = \begin{pmatrix} \ddot{\Delta} & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 1 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 1 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 \\ \ddot{\Delta} & 1 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(18) \\ \ddot{Y}_0(19) \\ \ddot{Y}_0(20) \\ \ddot{Y}_0(21) \\ \ddot{Y}_0(22) \\ \ddot{Y}_0(23) \\ \ddot{Y}_0(24) \\ \ddot{Y}_0(25) \\ \ddot{Y}_0(26) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} + \\
& + \begin{pmatrix} \ddot{\Delta} & 1 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 1 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & -1 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & -1 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} MTH_1^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(21) \\ \ddot{Y}_0(22) \\ \ddot{Y}_0(23) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} + \begin{pmatrix} \ddot{\Delta} & 1 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & -2 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 1 & 0 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & -2 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 1 & 0 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 1 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & -2 \\ \ddot{\Delta} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} TH_3^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(24) \\ \ddot{Y}_0(25) \\ \ddot{Y}_0(26) \end{pmatrix} \ddot{\Delta}. \quad (2.69)
\end{aligned}$$

Рівності (2.67)-(2.69) спрощено за аналогічною до рівності (2.66) процедурою. Із рівності (2.67) отримано наступне:

$$\begin{aligned}
TH_3^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(0) \\ \ddot{Y}_0(1) \\ \ddot{Y}_0(2) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} &= \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(0) - Y_0(1) + Y_0(2) \\ Y_0(0) - 2Y_0(2) \\ Y_0(0) + Y_0(1) + Y_0(2) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} = \begin{pmatrix} \ddot{Y}_1(0) \\ \ddot{Y}_1(1) \\ \ddot{Y}_1(2) \end{pmatrix} \ddot{\Delta}; \quad (2.70)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
MTH_1^T \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(3) \\ \ddot{Y}_0(4) \\ \ddot{Y}_0(5) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} &= \begin{pmatrix} \ddot{Y}_0(3) - Y_0(4) \\ Y_0(5) \\ Y_0(3) + Y_0(4) \end{pmatrix} \ddot{\Delta} = \begin{pmatrix} \ddot{Y}_1(3) \\ \ddot{Y}_1(4) \\ \ddot{Y}_1(5) \end{pmatrix} \ddot{\Delta}; \quad (2.71)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
TH_3^T \frac{\ddot{Y}_0(6)}{\ddot{Y}_0(7)} &= \frac{\ddot{Y}_0(6) - Y_0(7) + Y_0(8)}{Y_0(6) - 2Y_0(8)} = \frac{\ddot{Y}_1(6)}{\ddot{Y}_1(7)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(8)}{\ddot{Y}_0(8)} &= \frac{\ddot{Y}_0(6) + Y_0(7) + Y_0(8)}{\ddot{Y}_1(8)}
\end{aligned} \quad (2.72)$$

Застосуванням процедури спрощення до рівності (2.68) отримано наступні результати:

$$\begin{aligned}
MTH_1^T \frac{\ddot{Y}_0(9)}{\ddot{Y}_0(10)} &= \frac{\ddot{Y}_0(9) - Y_0(10)}{Y_0(11)} = \frac{\ddot{Y}_1(9)}{\ddot{Y}_1(10)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(11)}{\ddot{Y}_0(11)} &= \frac{\ddot{Y}_0(9) + Y_0(10)}{\ddot{Y}_1(11)}
\end{aligned} \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned}
TH_3^T \frac{\ddot{Y}_0(12)}{\ddot{Y}_0(13)} &= \frac{\ddot{Y}_0(12) - Y_0(13) + Y_0(14)}{Y_0(12) - 2Y_0(14)} = \frac{\ddot{Y}_1(12)}{\ddot{Y}_1(13)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(14)}{\ddot{Y}_0(14)} &= \frac{\ddot{Y}_0(12) + Y_0(13) + Y_0(14)}{\ddot{Y}_1(14)}
\end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned}
MTH_1^T \frac{\ddot{Y}_0(15)}{\ddot{Y}_0(16)} &= \frac{\ddot{Y}_0(15) - Y_0(16)}{Y_0(17)} = \frac{\ddot{Y}_1(15)}{\ddot{Y}_1(16)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(17)}{\ddot{Y}_0(17)} &= \frac{\ddot{Y}_0(15) + Y_0(16)}{\ddot{Y}_1(17)}
\end{aligned} \quad (2.75)$$

Із рівності (2.69) аналогічним до (2.67) чином одержано наступне:

$$\begin{aligned}
TH_3^T \frac{\ddot{Y}_0(18)}{\ddot{Y}_0(19)} &= \frac{\ddot{Y}_0(18) - Y_0(19) + Y_0(20)}{Y_0(18) - 2Y_0(20)} = \frac{\ddot{Y}_1(18)}{\ddot{Y}_1(19)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(20)}{\ddot{Y}_0(20)} &= \frac{\ddot{Y}_0(18) + Y_0(19) + Y_0(20)}{\ddot{Y}_1(20)}
\end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned}
MTH_1^T \frac{\ddot{Y}_0(21)}{\ddot{Y}_0(22)} &= \frac{\ddot{Y}_0(21) - Y_0(22)}{Y_0(23)} = \frac{\ddot{Y}_1(21)}{\ddot{Y}_1(22)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(23)}{\ddot{Y}_0(23)} &= \frac{\ddot{Y}_0(21) + Y_0(22)}{\ddot{Y}_1(23)}
\end{aligned} \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned}
TH_3^T \frac{\ddot{Y}_0(24)}{\ddot{Y}_0(25)} &= \frac{\ddot{Y}_0(24) - Y_0(25) + Y_0(26)}{Y_0(24) - 2Y_0(26)} = \frac{\ddot{Y}_1(24)}{\ddot{Y}_1(25)}; \\
\frac{\ddot{Y}_0(26)}{\ddot{Y}_0(26)} &= \frac{\ddot{Y}_0(24) + Y_0(25) + Y_0(26)}{\ddot{Y}_1(26)}
\end{aligned} \quad (2.78)$$

З рівностей (2.70)-(2.78) одержано наступні суми, в обчисленні яких полягає третій крок (перша ітерація) методу швидкого оберненого ТСОП у випадку перетворення (2.65):

$$\begin{aligned}
& \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(0) - Y_1(3) + Y_1(6) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c} \quad Y_1(0) - 2Y_1(6) \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(0) + Y_1(3) + Y_1(6) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(1) - Y_1(4) + Y_1(7) \div \\ = \mathfrak{c} \quad Y_1(1) - 2Y_1(7) \quad \div = \mathfrak{c}Y_2(4) \div; \\ \mathfrak{c}Y_1(1) + Y_1(4) + Y_1(7) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(2) - Y_1(5) + Y_1(8) \div \\ \mathfrak{c} \quad Y_1(2) - 2Y_1(8) \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(2) + Y_1(5) + Y_1(8) \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_2(0) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_2(1) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(2) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(3) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(5) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(6) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(7) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(8) \div \end{array} \\
& \hspace{15em} (2.80)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_0(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_0(10) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(11) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(12) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(14) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(15) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(16) \div \\ \mathfrak{c}Y_0(17) \emptyset \end{array} \\
& MTH_2^T \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_1(10) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(11) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(12) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(14) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(15) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(16) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(17) \emptyset \end{array} = \begin{array}{l} \mathfrak{a} \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \end{array} \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(12) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_1(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(14) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(15) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(16) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(17) \emptyset \end{array} \begin{array}{l} \mathfrak{a}1 \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \\ \mathfrak{c}0 \div + \\ \mathfrak{c}1 \div \emptyset \end{array} \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(15) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_1(16) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(17) \emptyset \end{array} \begin{array}{l} \mathfrak{a} \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}1 \div \\ \mathfrak{c}0 \div \end{array} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(9) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(10) \div \\ = \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div + \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div + \mathfrak{c}Y_1(16) \div = \mathfrak{c} \quad Y_1(16) \quad \div = \mathfrak{c}Y_2(13) \div; \\ \mathfrak{c}Y_1(10) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(11) \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(11) \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(12) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(12) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(14) \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(14) \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{a} \quad 0 \quad \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_1(15) \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(16) \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(17) \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \\ \mathfrak{c} \quad 0 \quad \div \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_1(9) - Y_1(12) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c} \quad Y_1(15) \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(9) + Y_1(12) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(10) - Y_1(13) \div \\ \mathfrak{c} \quad Y_1(16) \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(10) + Y_1(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_1(11) - Y_1(14) \div \\ \mathfrak{c} \quad Y_1(17) \quad \div \\ \mathfrak{c}Y_1(11) + Y_1(14) \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{a}Y_2(9) \ddot{\circ} \\ \mathfrak{c}Y_2(10) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(11) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(12) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(13) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(14) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(15) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(16) \div \\ \mathfrak{c}Y_2(17) \emptyset \end{array} \\
& \hspace{15em} (2.81)
\end{aligned}$$

$$TH_2^T \begin{pmatrix} Y_0(18) \\ Y_0(19) \\ Y_0(20) \\ Y_0(21) \\ Y_0(22) \\ Y_0(23) \\ Y_0(24) \\ Y_0(25) \\ Y_0(26) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1(18) \\ Y_1(19) \\ Y_1(20) \\ Y_1(21) \\ Y_1(22) \\ Y_1(23) \\ Y_1(24) \\ Y_1(25) \\ Y_1(26) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_2(18) \\ Y_2(19) \\ Y_2(20) \\ Y_2(21) \\ Y_2(22) \\ Y_2(23) \\ Y_2(24) \\ Y_2(25) \\ Y_2(26) \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1(18) - Y_1(21) + Y_1(24) \\ Y_1(18) - 2Y_1(24) \\ Y_1(18) + Y_1(21) + Y_1(24) \\ Y_1(19) - Y_1(22) + Y_1(25) \\ Y_1(19) - 2Y_1(25) \\ Y_1(19) + Y_1(22) + Y_1(25) \\ Y_1(20) - Y_1(23) + Y_1(26) \\ Y_1(20) - 2Y_1(26) \\ Y_1(20) + Y_1(23) + Y_1(26) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_2(18) \\ Y_2(19) \\ Y_2(20) \\ Y_2(21) \\ Y_2(22) \\ Y_2(23) \\ Y_2(24) \\ Y_2(25) \\ Y_2(26) \end{pmatrix}. \quad (2.82)$$

З рівностей (2.80)-(2.82) одержано наступні суми, в обчисленні яких полягає четвертий крок (друга ітерація) методу швидкого оберненого ТСОП у випадку перетворення (2.65):

$$\begin{aligned} Y_2(0+3i) &= Y_1(0+i) - Y_1(3+i) + Y_1(6+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(1+3i) &= Y_1(0+i) - 2Y_1(6+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(2+3i) &= Y_1(0+i) + Y_1(3+i) + Y_1(6+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(9+3i) &= Y_1(9+i) - Y_1(12+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(10+3i) &= Y_1(15+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(11+3i) &= Y_1(9+i) + Y_1(12+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(18+3i) &= Y_1(18+i) - Y_1(21+i) + Y_1(24+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(19+3i) &= Y_1(18+i) - 2Y_1(24+i), \quad i=0,1,2; \\ Y_2(20+3i) &= Y_1(18+i) + Y_1(21+i) + Y_1(24+i), \quad i=0,1,2. \end{aligned} \quad (2.83)$$

Підстановкою результатів, одержаних у рівностях (2.80)-(2.82) у співвідношення (2.66), із застосуванням залежностей (2.83), одержано суми для обчислення відновлених значень вектора вхідних даних X :

$$\begin{aligned} X(0+3i) &= Y_2(0+i) - Y_2(9+i) + Y_2(18+i), \quad i=0,1,\dots,8; \\ X(1+3i) &= Y_2(0+i) - 2Y_2(18+i), \quad i=0,1,\dots,8; \\ X(2+3i) &= Y_2(0+i) + Y_2(9+i) + Y_2(18+i), \quad i=0,1,\dots,8. \end{aligned} \quad (2.84)$$

П'ятий і останній крок (третя ітерація) методу швидкого оберненого ТСОП у випадку перетворення (2.65) полягає у обчисленні сум (2.84).

Загальні блок-схеми швидких алгоритмів прямого та оберненого ТСОП наведено відповідно на рисунках 2.7 та 2.8.

Зі схем швидких прямого та оберненого перетворень (рис. 2.7 та 2.8, відповідно) для розміру $N=27$ випливає, що кількість операцій додавання/віднімання та множення на константу в обох перетвореннях співпадають і рівні, відповідно, 134 та 27. Окрім цього, перша ітерація прямого і остання ітерація оберненого перетворення містять однакову кількість операцій додавання, аналогічно, друга ітерація прямого і передостання ітерація оберненого і т.д. При підрахунку операцій, операція множення на 2 представлена у вигляді суми двох однакових чисел.

Зі схеми прямого перетворення на рисунку 2.7 випливає, що для реалізації першої ітерації швидкого перетворення необхідно

$$\frac{N}{3} \times 2 + \frac{N}{3} \times 1 + \frac{N}{3} \times 3 = 2N \quad (2.85)$$

операцій додавання/віднімання. Це твердження узагальнено для довільного допустимого N (яке вказує на розмір перетворення), з урахуванням того, що із рівностей (2.50), (2.51) та (2.55) випливає, що на першій ітерації, співвідношення кількостей операційних блоків залишається незмінним.

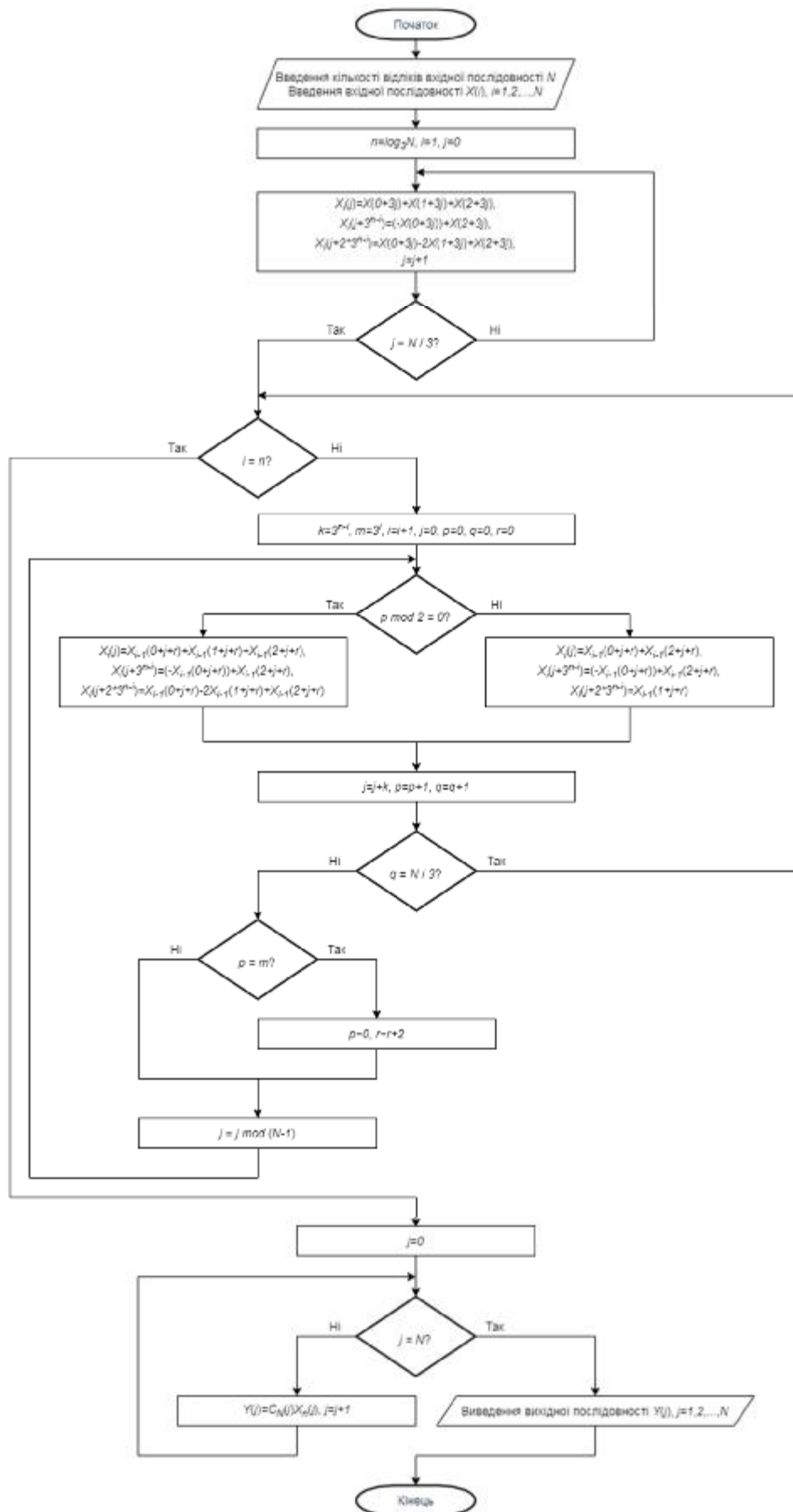


Рисунок 2.7 – Блок-схема алгоритму методу швидкого ТСОП, побудованого за принципом divide-and-conquer



Рисунок 2.8 – Блок-схема алгоритму методу швидкого оберненого ТСОП, побудованого за принципом divide-and-conquer

У випадку другої ітерації, кількість операцій додавання/віднімання впливає зі співвідношення (2.86), а у випадку третьої – зі співвідношення (2.87):

$$\left(\frac{N}{3} - \frac{N}{9}\right) \times (2 + 1 + 3) + \frac{N}{9} (1 + 1); \quad (2.86)$$

$$\left(\frac{N}{3} - \left(\frac{N}{9} + \frac{N}{27}\right)\right) \times (2 + 1 + 3) + \left(\frac{N}{9} + \frac{N}{27}\right) \times (1 + 1). \quad (2.87)$$

Співвідношення (2.86) та (2.87) узагальнено для довільного допустимого N , у відношенні до, відповідно, передостанньої та останньої ітерацій перетворення. Встановлено, що вирази для обчислення кількості операцій додавання/віднімання для ітерацій від другої до останньої мають подібну (у певній мірі, рекурентну) структуру, на основі якої сформовано єдиний аналітичний вираз для обчислення кількості операцій на кожній зі згаданих ітерацій. Послідовність чисел $N/9$, $N/27$ і т.д. утворює геометричну прогресію зі знаменником $1/3$, а їх суму обчислено у вигляді суми перших $\log_3 N - j$ ($j=1$ у випадку останньої ітерації і $j=\log_3 N - 1$ у випадку другої) членів цієї прогресії. Елементарними перетвореннями такого виразу суми геометричної прогресії одержано загальний вираз (2.88) кількості операцій додавання/віднімання в одній ітерації для ітерацій від другої до останньої:

$$\left(\frac{N}{3} - \frac{N - 3^j}{6}\right) \times 6 + \frac{N - 3^j}{6} \times 2 = \frac{4N}{3} + 2 \times 3^{j-1}, \quad (2.88)$$

де $j=\log_3 N - (i-1)$, $i=2,3,\dots,\log_3 N$ – номер ітерації, $N=3^n$ – розмір перетворення, $n=2,3,\dots$

У запропонованому методі швидкого ТСОП кількість ітерацій рівна $\log_3 N$ (N – розмір перетворення). Відповідно, на основі виразів (2.85) та (2.88), запропоновано загальний вираз (2.89) для обчислення сумарної кількості операцій додавання/віднімання для перетворення розміру N . При цьому, у виразі (2.89) враховано, що послідовність других доданків правої частини

рівності (2.88) при збільшенні величини j утворює геометричну прогресію з першим членом 2 та знаменником 3:

$$\begin{aligned} 2N + (\log_3 N - 1) \frac{4N}{3} + \frac{2 \times (3^{\log_3 N - 1} - 1)}{3 - 1} = \\ = N - 1 + \frac{4}{3} N \log_3 N. \end{aligned} \quad (2.89)$$

З принципів формування коефіцієнтів (2.47) та механізмів реалізації швидких прямого та оберненого перетворень випливає, що кількість операцій множення на константу для реалізації швидкого перетворення (2.45) розміру N рівна N . На основі сформульованого висновку та виразу (2.89) у наступних розділах здійснено порівняння ефективності застосування для ЦО інформації запропонованого швидкого ТСОП з іншими ОП за критерієм операційної складності.

Висновки до розділу 2

1. Проаналізовано властивості системи ТСФ, які визначені на всій числовій осі. З метою подолання недоліків проаналізованої системи, вперше запропоновано систему ортогоналізованих добутків ТСФ, для якої запропоновано систему наборів та піднаборів і яка задовольняє умови критерію зв'язку частотності з кількістю функцій у наборах системи. Для запропонованої системи функцій доведені властивості лінійної незалежності, попарної ортогональності функцій та повноти.

2. Уперше запропоновано застосування методу ТСОП для ЦО інформації. З метою синтезу запропонованого перетворення, уведено систему нормуючих коефіцієнтів для системи ортогоналізованих добутків ТСФ. На основі рекурентних властивостей одержаних матриць значень функцій, вперше синтезовано швидке ТСОП за принципом divide-and-conquer, для якого оцінено операційну складність.

3. Запропонована модифікація системи ортогоналізованих добутків ТСФ нормуючими коефіцієнтами є основою для синтезу ВП на основі ТСФ у наступних розділах.

4. Основні отримані наукові результати опубліковані у фахових виданнях [32, 33, 43], у колективній монографії [34], матеріалах конференцій [26, 27, 31], [91]-[95], [104, 105] та тезах доповідей [106]-[109].

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

3.1 Метод неперервного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій

Основою ТС материнського вейвлета запропоновано функцію $Ter_0^{(1)}(q)$ з піднабору $1(0)$ системи (2.40). Оскільки, її норма у просторі $L_2[0, 1]$ не дорівнює одиниці, для формування материнського вейвлета використано її нормалізовану за допомогою відповідного коефіцієнта (2.42) форму. Функції (2.40) є періодичними, а, отже, не мають компактного носія. У зв'язку з цим, для відповідності вимогам вейвлет-аналізу нормалізовану функцію $Ter_0^{(1)}(q)$ визначено на компактному носії. ТС материнський вейвлет визначено наступним чином

$$\psi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2}}, t \in [0, \frac{1}{3}), \\ \sqrt{\frac{3}{2}}, t \in [\frac{2}{3}, 1), \\ 0, t \in [0, \frac{1}{3}) \cup [\frac{2}{3}, 1). \end{cases} \quad (3.1)$$

Функція (3.1) є вейвлетом, оскільки, її середнє значення рівне нулю по всій часовій області, на що вказують її графік (рис. 3.1) та значення інтегралу (3.2) [6, 21, 22, 51]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(t) dt = 0. \quad (3.2)$$

Зі скінченності та рівності одиниці значення інтегралу (3.3) випливає, що функція (3.1) володіє скінченною енергією та одиничною нормою у L_2 [56]-[59]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(t)|^2 dt = 1. \quad (3.3)$$

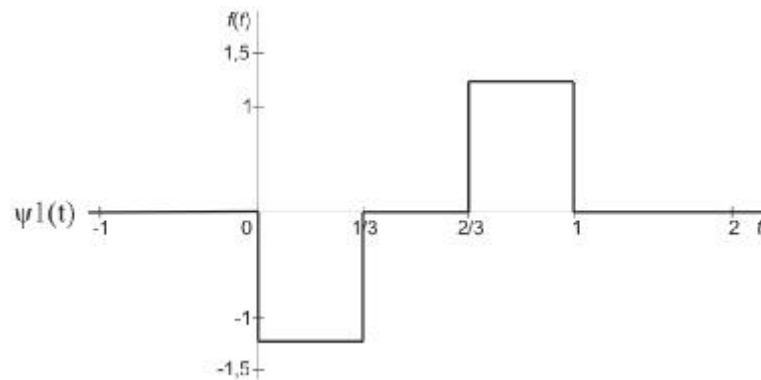


Рисунок 3.1 – Графік ТС материнського вейвлета

Функція (3.1) задовольняє умову допустимості (1.8), що доведено рівністю

$$C_{\psi_1} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}_1(f)|^2}{|f|} df = \left(-\frac{3}{2}\right) \pi \ln\left(\frac{8 \times 2^{5/9}}{81}\right) \gg 9,0946, \quad (3.4)$$

де $\hat{\psi}_1(x)$ – Фур'є-образ вейвлета (3.1).

Функція (3.1) має компактний носій, що впливає з її аналітичного виразу та графіка (рис. 3.1). Ця властивість уможливорює побудову на основі функції (3.1) швидкого ВП [6, 21, 22, 51].

Для того, щоб синтезувати дискретне ВП на основі довільної функції, вона повинна мати принаймні один нульовий момент [6, 21, 22, 51]. Довільна функція $f(t) \in L_2(\mathbb{R})$ має M нульових моментів, якщо для всіх цілих значень $k=0,1,2,\dots,M-1$ має місце рівність

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k f(t) dt = 0. \quad (3.5)$$

ВП за базисом із M нульовими моментами забезпечує рівність нулю вейвлет-коефіцієнтів, починаючи з деякого рівня роздільної здатності, що забезпечує ущільнення даних, які підлягають вейвлет-аналізу [6, 21, 22, 51].

Функція (3.1) має один нульовий момент, оскільки, значення інтегралу в рівності (3.6) рівне нулю, а значення інтегралу (3.7) – ні

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0; \quad (3.6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t \psi(t) dt = \frac{\sqrt{2/3}}{3} \neq 0. \quad (3.7)$$

Наявність одного і тільки одного нульового моменту доводить, що функція (3.1) не є гладкою функцією (вона є кусково-сталою).

У зв'язку з тим, що функція (3.1) задовольняє усім переліченим вимогам до материнського вейвлета, на її основі побудовано відповідну систему вейвлет-функцій для реалізації неперервного та дискретного ВП [21, 22, 51], [61]-[67].

Неперервне трійкове симетричне вейвлет-перетворення (ТСВП) синтезовано підстановкою функції (3.1) у вираз (1.6), що у інтегральній формі записано наступним чином:

$$W_f(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{1_{a,b}}(t) dt, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, \quad (3.8)$$

де вейвлети $\psi_{1_{a,b}}(x)$ є масштабованими та зсунутими копіями материнського вейвлета $\psi_1(x)$ (3.1)

$$\psi_{1_{a,b}}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi_1\left(\frac{x-b}{a}\right), a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0. \quad (3.9)$$

Обернене до (3.8) перетворення визначено наступним чином:

$$f(x) \approx 0,10996 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a,b) \psi_{1_{a,b}}(x) \frac{da db}{a^2}. \quad (3.10)$$

Для оцінки ефективності застосування ВП (3.8) застосовано порівняльний аналіз скейлограм (англ. scalogram) [6, 51, 68, 87], одержаних для заданих

тестових сигналів Matlab (рис. А.1-А.18 додатку А) на основі перетворення (3.8) (ST) та інших ВП (табл. 3.1).

У випадку тестових сигналів, які складаються зі зміщених по часовій осі копій сигналу різного ступеня стиснення (рис. А.1-А.9), отримані результати вказали на різний рівень ефективності перетворення (3.8) у порівнянні з іншими ВП у задачах виявлення розтягнутих та стиснутих по часовій осі особливостей та характеристик сигналів. Оцінка ефективності проводилася шляхом аналізу значень співвідношення абсолютних значень коефіцієнтів заданого неперервного ВП та неперервного ТСВП.

Дані про рівень ефективності існуючих ВП у порівнянні з неперервним ТСВП для тестових сигналів типу «зміщена копія» (translated) наведені у таблиці 3.2, у якій «>1» вказує на вищу ефективність заданого ВП у порівнянні з ТСВП для заданого тестового сигналу, «<1» вказує на зворотну ситуацію, а «1» – вказує на те, що для заданого ВП та ТСВП виявлено однаковий рівень ефективності для заданого тестового сигналу.

Таблиця 3.1 – ВП, використані для порівняльної оцінки ефективності ТСВП

№ п/п	Використане скорочення	Назва вейвлета
1	haar	Вейвлет Хаара
2	db2	Вейвлет Добеші порядку 2
3	db3	Вейвлет Добеші порядку 3
4	db4	Вейвлет Добеші порядку 4
5	bior1.3	Біортогональний вейвлет з параметрами 1.3
6	bior2.2	Біортогональний вейвлет з параметрами 2.2
7	bior3.7	Біортогональний вейвлет з параметрами 3.7

Зокрема, ВП Хаара та біортогональні ВП з параметрами 1.3 та 3.7 мають перевагу за ефективністю у задачах виявлення особливостей та характеристик

сигналів над перетворенням (3.8) у випадку всіх тестових сигналів, крім testsig0 translated та testsig5 translated.

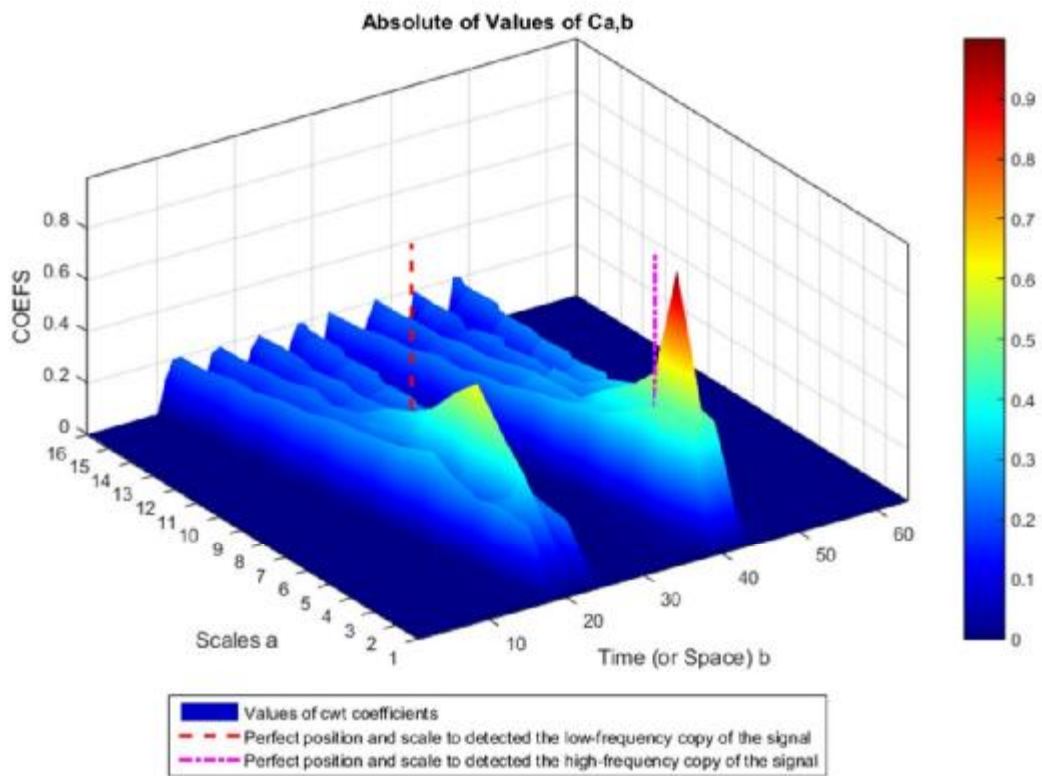
Наприклад, із тривимірних скейлограм (рис. 3.2), одержаних для тестового сигналу testsig8 translated на основі перетворення (3.8) та ВП Хаара, випливає, що ВП Хаара точніше виділяє особливості сигналу, оскільки, штриховим лініям на скейлограмах, які вказують на ідеальні співвідношення масштабу та зсуву вейвлета для виявлення відповідної особливості сигналу, відповідають коефіцієнти з більшим абсолютним значенням, ніж у випадку ТСВП. Аналогічна ситуація спостерігається для всіх ВП, які мають перевагу над перетворенням (3.8) для заданих тестових сигналів.

Таблиця 3.2 – Рівень ефективності ВП порівняно з неперервним ТСВП для тестових сигналів типу «зміщена копія» (translated)

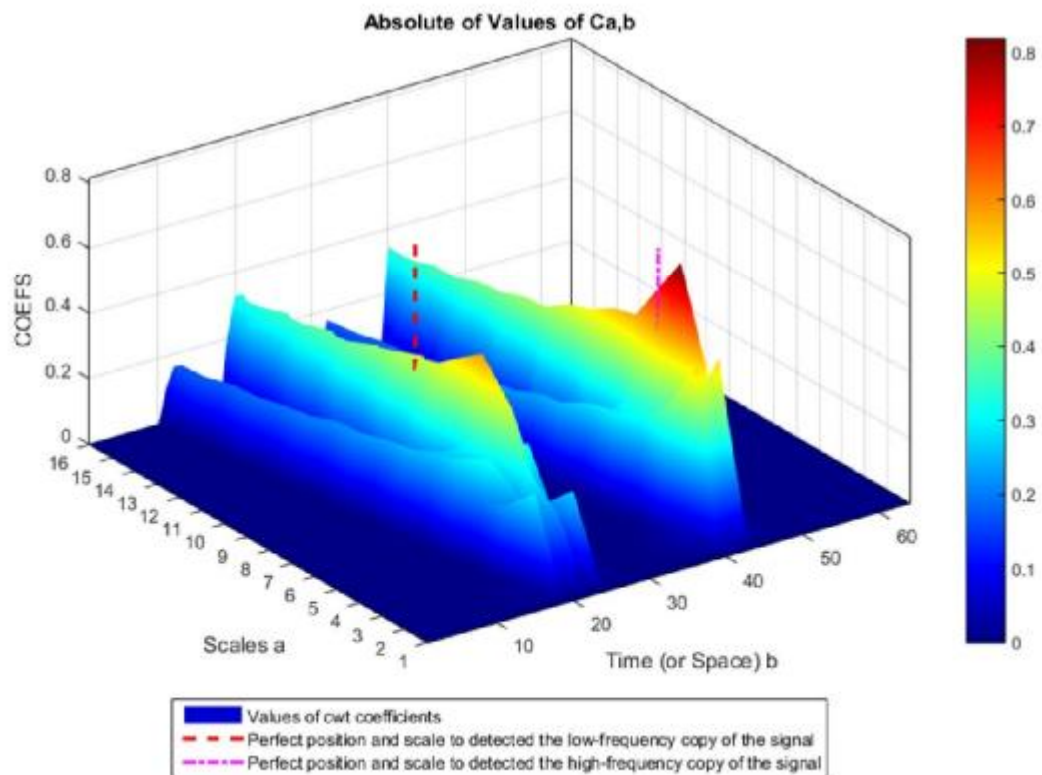
Тестовий сигнал номер	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Вейвлет									
Haar	1	>1	>1	>1	>1	1	>1	>1	>1
db2	<1	<1	<1	<1	<1	1	<1	<1	<1
db3	<1	<1	<1	<1	<1	1	<1	<1	<1
db4	<1	<1	<1	<1	<1	1	<1	<1	<1
bior1.3	1	>1	>1	>1	>1	1	>1	>1	>1
bior2.2	<1	<1	<1	<1	<1	1	<1	<1	<1
bior3.7	1	>1	>1	>1	>1	1	>1	>1	>1

Протилежна ситуація виявлена у випадку ВП Добеші 2-го, 3-го, 4-го порядків та біортогонального з параметрами 2.2 (за винятком тестового сигналу testsig5 translated). У випадку цих ВП, перетворення (3.8) має, у порівнянні з ними, перевагу за ефективністю у задачах виявлення особливостей та характеристик сигналів, що показано порівнянням двовимірних контурних скейлограм, одержаних для тестового сигналу testsig8 translated на основі перетворення (3.8) та ВП Добеші 3-го порядку (рис. 3.3), на яких точками, які позначені зірочкою, вказані ідеальні співвідношення масштабу та зсуву вейвлета

для виявлення відповідної особливості сигналу, а абсолютні значення коефіцієнтів нормалізовані до значень з проміжку $[0, 1)$.



a)



б)

Рисунок 3.2 – Тривимірні скейлограми для тестового сигналу testsig8 translated:

а) ТСВП; б) ВП Хаара

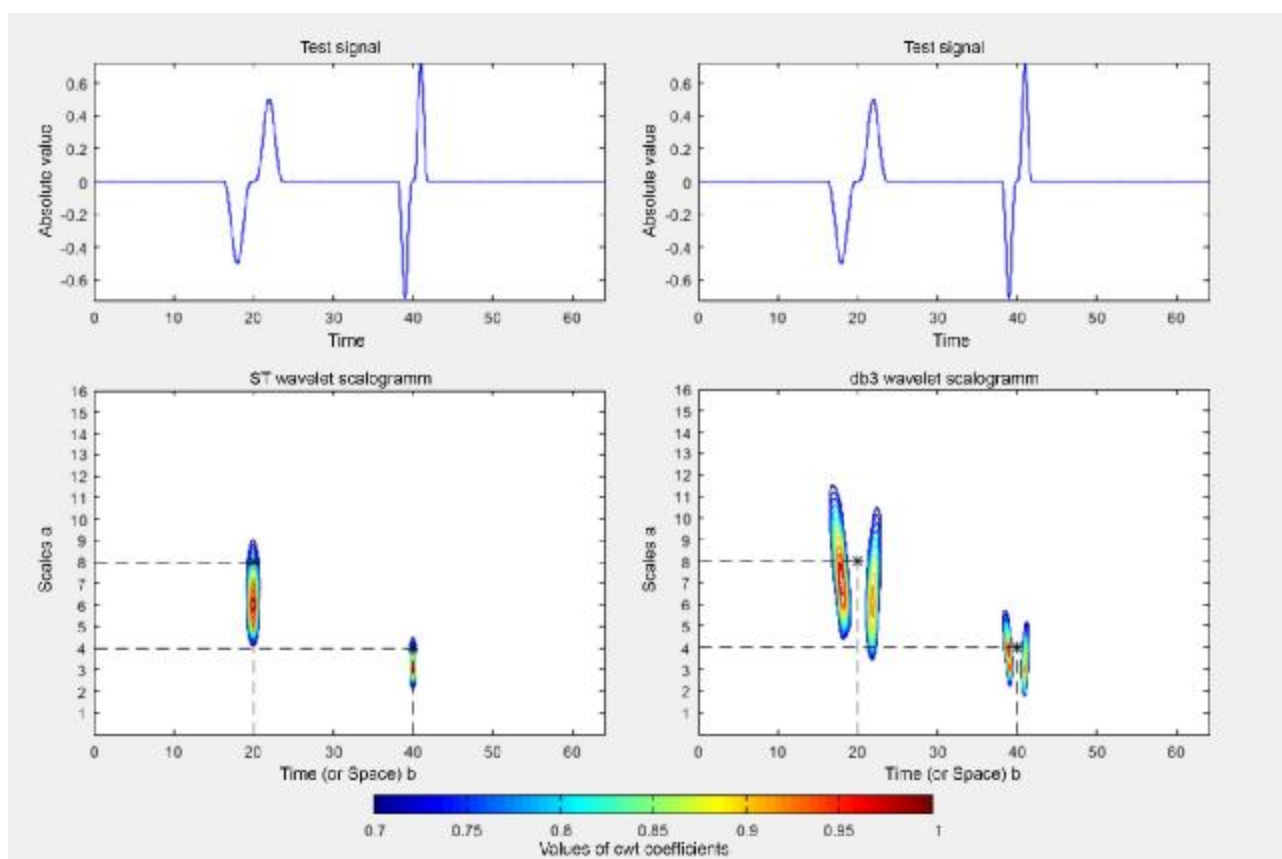


Рисунок 3.3 – Двовимірні контурні скейлограми ТСВП та ВП Добеші 3-го порядку для тестового сигналу testsig8 translated

У випадку тестових сигналів, які складаються з накладених копій сигналу різного ступеня стиснення (рис. А.10-А.18), отримані результати (табл. 3.3) вказали на різний ступінь ефективності виявлення перетворенням (3.8), у порівнянні з іншими ВП, розтягнутих та стиснутих по часовій осі особливостей та характеристик сигналів. Зокрема, у випадку розтягнутих по часовій осі копій сигналу, ВП Хаара та біортогональні ВП з параметрами 1.3 та 3.7 зберігають вищий рівень ефективності у задачах виявлення особливостей та характеристик сигналів над перетворенням (3.8) аналогічно до сигналів типу translated.

Водночас, зі скейлограм (рис. 3.4), одержаних для тестового сигналу testsig8 superimposed на основі перетворення (3.8) та ВП Хаара, впливає, що ВП Хаара слабо виділяє стиснуту копію тестового сигналу, накладену на розтягнуту, оскільки, відповідні коефіцієнти перетворення за абсолютною величиною не перевищують встановленого порогового значення 0,7, у той час,

як на скейлограмі перетворення (3.8) біля цієї особливості сигналу спостерігається локальний максимум значень коефіцієнтів.

Таблиця 3.3 – Рівень ефективності ВП порівняно з неперервним ТСВП для тестових сигналів типу «накладена копія» (superimposed) («Р» – розтягнута копія сигналу, «С» – стиснута копія сигналу)

Тестовий сигнал номер	Копія сигналу	Вейвлет	Haar	db2	db3	db4	bior1.3	bior2.2	bior3.7
0	Р		>1	>1	1	>1	>1	1	>1
	С		1	<1	<1	<1	1	<1	1
1	Р		>1	<1	<1	>1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
2	Р		>1	<1	<1	<1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
3	Р		>1	<1	<1	<1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
4	Р		>1	1	1	>1	>1	1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	>1	<1	1
5	Р		1	>1	>1	1	1	1	1
	С		1	1	1	1	1	1	1
6	Р		>1	<1	<1	<1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
7	Р		>1	<1	<1	<1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
8	Р		>1	<1	<1	<1	>1	<1	>1
	С		<1	<1	<1	<1	<1	<1	<1

У випадку біортогонального ВП з параметрами 1.3 для тестового сигналу testsig8 superimposed (рис. 3.5) спостерігається локалізування перетворенням стиснутої копії тестового сигналу, при цьому, однак, відповідні коефіцієнти за абсолютною величиною менші, ніж у випадку перетворення (3.8), що вказує на нижчу, у порівнянні з останнім, здатність до виявлення короткотермінових особливостей сигналу у випадку їх накладання на довготермінові.

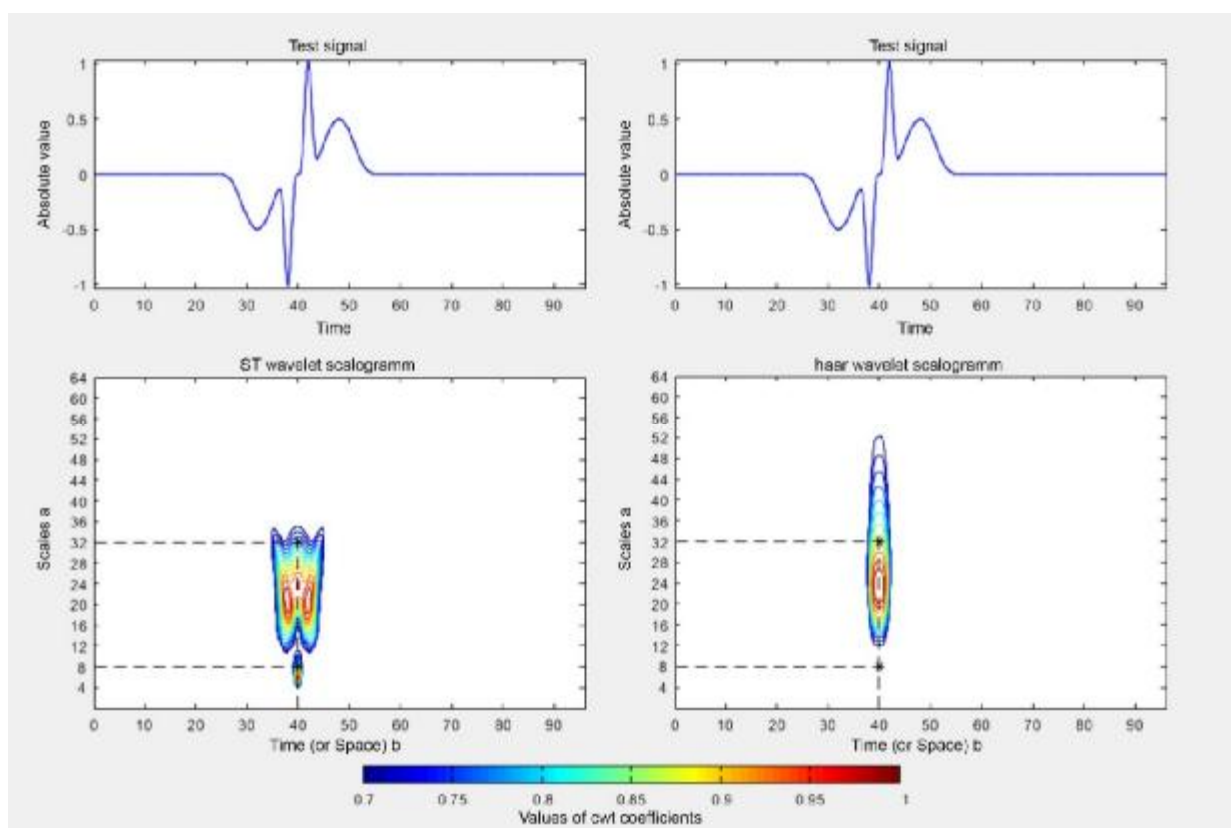


Рисунок 3.4 – Двовимірні контурні скейлограми ТСВП та ВП Хаара для тестового сигналу testsig8 superimposed

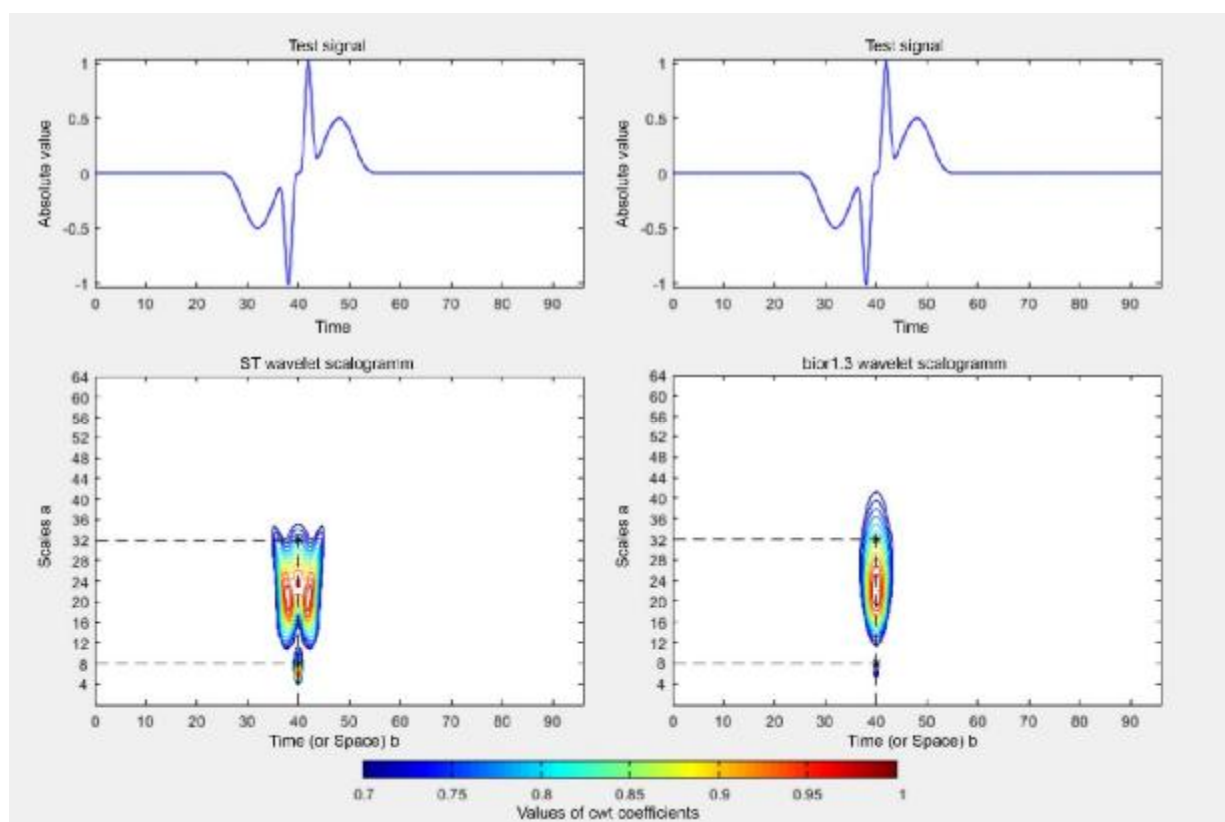


Рисунок 3.5 – Двовимірні контурні скейлограми ТСВП та біуртогонального ВП з параметрами 1.3 для тестового сигналу testsig8 superimposed

У загальному випадку, у задачах виявлення короткотермінових особливостей та характеристик сигналів, які накладені на довготермінові, для всіх тестових сигналів (за винятком сигналів *testsig0 superimposed* та *testsig5 superimposed*) виявлено перевагу перетворення (3.8) над ВП Хаара та біортогональними з параметрами 1.3 та 3.7.

У порівнянні з ВП Добеші 2-го, 3-го, 4-го порядків та біортогонального з параметрами 2.2, перетворення (3.8) зберегло аналогічну до сигналів типу *translated* перевагу для всіх тестових сигналів (за винятком *testsig0 superimposed*, *testsig4 superimposed* та *testsig5 superimposed*) у виявленні розтягнутих по часовій осі копій сигналу.

У задачах виявлення короткотермінових особливостей та характеристик сигналів, які накладені на довготермінові, перетворення (3.8) має перевагу за ефективністю над заданими ВП для всіх тестових сигналів (табл. 3.3), крім *testsig5 superimposed*. Таку перевагу перетворення (3.8) показано порівнянням скейлограм, одержаних для тестового сигналу *testsig8 superimposed* на основі перетворення (3.8) та ВП Добеші 3-го порядку (рис. 3.6).

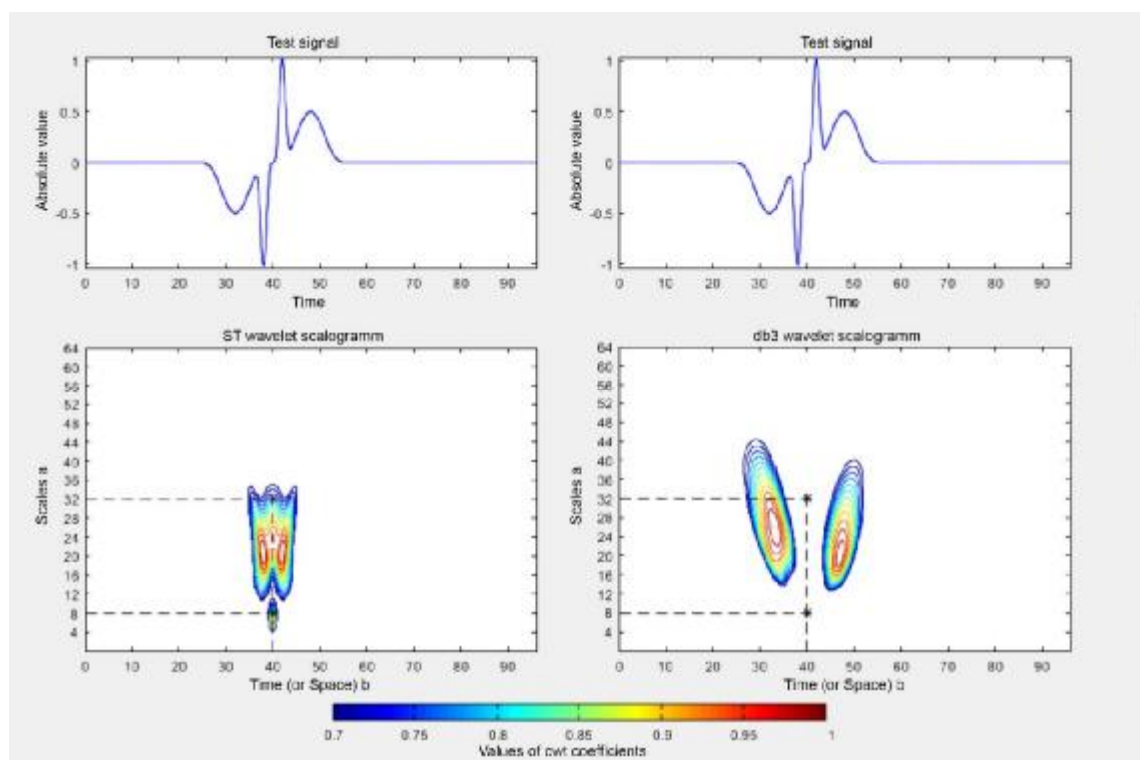


Рисунок 3.6 – Двовимірні контурні скейлограми ТСВП та ВП Добеші 3-го порядку для тестового сигналу *testsig8 superimposed*

З наведених результатів дослідження ефективності перетворення (3.8) у порівнянні з іншими ВП (табл. 3.1) випливає, що ТСВП є пристосованим до розв’язання задач виявлення характеристик та особливостей сигналів, в частині випадків, при цьому, виявлено вищу ефективність застосування. При цьому, максимальна ефективність, у порівнянні з іншими ВП, досягнуто у випадку виявлення короткотермінових особливостей та характеристик сигналу, які накладені на довготермінові. Ця перевага зберігається і у випадку накладення на тестові сигналу шуму (рис. 3.7), що підтвердило ефективність застосування ТСВП для такого класу задач.

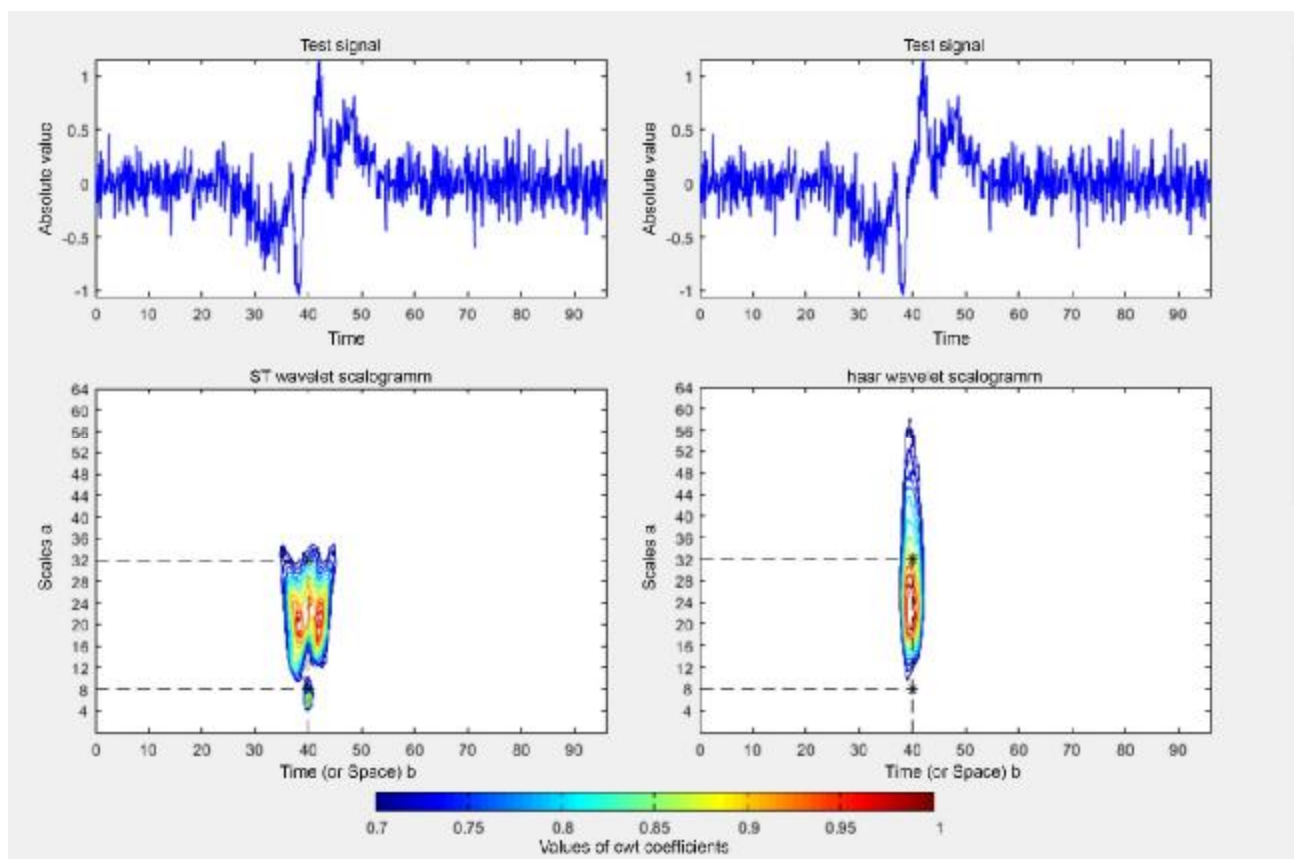


Рисунок 3.7 – Двовимірні контурні скейлограми ТСВП та ВП Хаара для тестового сигналу testsig8 superimposed з накладеним шумом

Доведені переваги застосування неперервного ТСВП для виявлення характеристик та особливостей цифрових сигналів підтвердили перспективність синтезу дискретного ТСВП на основі материнського вейвлета (3.1).

3.2 Метод дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій

Дискретизація неперервного ВП накладає ряд обмежень на покривання спектру аналізованого сигналу спектром вейвлет-функції, для подолання яких вводять масштабну функцію ϕ , яка володіє рядом властивостей. По-перше, її середнє значення рівне одиниці, по-друге, існують залежності (3.11) та (3.12), по-третє, функції, які породжені функціями ϕ та ψ , є взаємно ортогональними [6, 21, 22, 51]:

$$j(x) = \sum_n c_n j(a_0 x - b_0 n), \quad (3.11)$$

де $\sum_n |c_n| < \infty$, $a_0 \neq 1$ – параметр стиску, b_0 – параметр зсуву, $n \in \mathbb{Z}$;

$$y(x) = \sum_n p_n j(a_0 x - b_0 n), \quad (3.12)$$

де $\sum_n |p_n| < \infty$, $n \in \mathbb{Z}$.

Сімейство функцій, породжених функцією ϕ утворюється згідно залежності (1.11), з параметрами зсуву та стиску аналогічними до обраної функції ψ . Відповідно, носії функцій ϕ та ψ повинні бути рівними.

У якості масштабної функції для вейвлета (3.1) запропоновано характеристичну функцію на проміжку $[0, 1)$ (3.13), яка є масштабною функцією у ВП Хаара [21, 22, 51], [61]–[67]

$$j(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 1), \\ 0, & t \notin [0, 1). \end{cases} \quad (3.13)$$

Оскільки, функція (3.13) є масштабною функцією для вейвлета Хаара, то її середнє значення рівне одиниці. Крім цього, для допустимих значень параметрів зсуву та стиску, породжені нею згідно виразу (1.11), функції є попарно ортогональні, а умова (3.11) виконується [6, 21, 22, 51, 61]. З графіків

функцій (3.1) та (3.13) (рис. 3.1 та 3.8, відповідно) впливає, що вони мають рівні носії, а саме – проміжок $[0, 1)$.

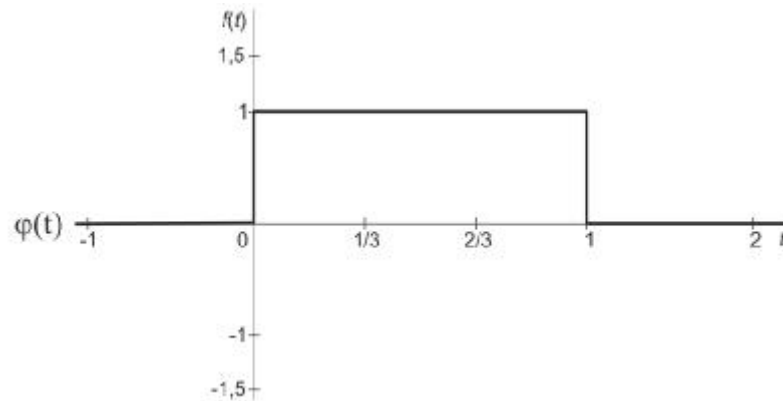


Рисунок 3.8 – Графік масштабної функції для ТС материнського вейвлета

З графіка функції (3.13) (рис. 3.8) випливає, що ця функція є функцією $Ter_0^{(0)}(q)$ з піднабору $1(0)$ системи (2.40), яку модифіковано за аналогічною до застосованої при формуванні вейвлет-функції (3.1) процедурою. Звідси випливає, що функції (3.1) та (3.13) є взаємно ортогональними.

Зважаючи на трійкову природу функцій (2.40) та материнського вейвлета (3.1), при розробці дискретного ТСВП застосування типових значень параметрів стиску та зсуву у виразі (1.11) (2 та 1, відповідно) призводить до системи неортогональних функцій та некоректності виразу (3.12) для функцій (3.1) та (3.13). З метою подолання цього обмеження, параметр a_0 покладено рівним 3, а b_0 – 1. Відповідно, залежність (3.12) для функцій (3.1) та (3.13) визначено наступним чином:

$$y_1(x) = \left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)j(3x) + \sqrt{\frac{3}{2}}j(3x - 2). \quad (3.14)$$

Залежність (3.11) при заданих параметрах стиску та зсуву має наступний вигляд:

$$j(x) = j(3x) + j(3x - 1) + j(3x - 2). \quad (3.15)$$

Система функцій, породжених функцією (3.1) задана співвідношенням

$$y_{1,m,n}(x) = 3^{-m/2} y_1(3^{-m}x - n), m, n \in \mathbb{Z}. \quad (3.16)$$

Система функцій, породжених функцією (3.13) задана співвідношенням

$$j_{m,n}(x) = 3^{-m/2} j(3^{-m}x - n), m, n \in \mathbb{Z}. \quad (3.17)$$

Водночас, при стисненні функцій у 3 рази, з кожною новою ітерацією ВП, спектр, який покривається масштабною та вейвлет-функціями зменшується втричі, тобто, покривається лише 2/3 спектру вхідного сигналу [21]. Відповідно, для повного покриття спектру на кожній ітерації (рис. 3.9), запропоновано другий материнський вейвлет і систему функцій, побудовану аналогічно до (3.16).

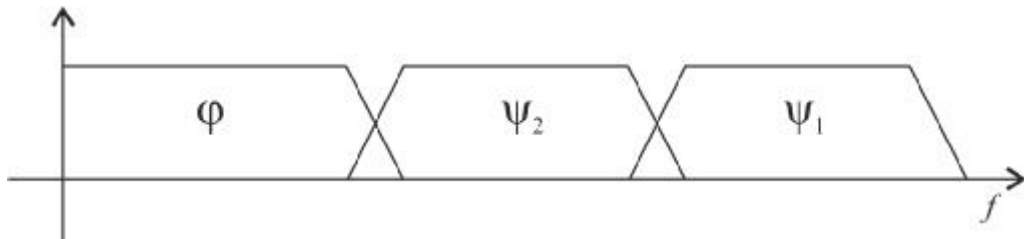


Рисунок 3.9 – Повне покриття спектру вхідного сигналу спектрами масштабної функції та двох материнських вейвлетів

Оскільки, прототипами функцій (3.1) та (3.13) є, відповідно, функції $Ter_0^{(1)}(q)$ та $Ter_0^{(0)}(q)$ з піднабору 1(0) системи (2.40), то прототипом другого материнського вейвлета запропоновано функцію $Ter_0^{(2)}(q)$ цього піднабору, що забезпечило взаємну ортогональність наведених функцій. Другий (допоміжний) ТС материнський вейвлет синтезовано з функції $Ter_0^{(2)}(q)$ у вигляді

$$y_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & t \in [0, \frac{1}{3}) \cup [\frac{2}{3}, 1), \\ -\sqrt{2}, & t \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}), \\ 0, & t \in [0, 1). \end{cases} \quad (3.18)$$

Функція (3.18) є вейвлетом, оскільки її середнє значення рівне нулю по всій часовій області, на що вказують графік функції (рис. 3.10) та значення інтегралу (3.19)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_2(t) dt = 0. \quad (3.19)$$

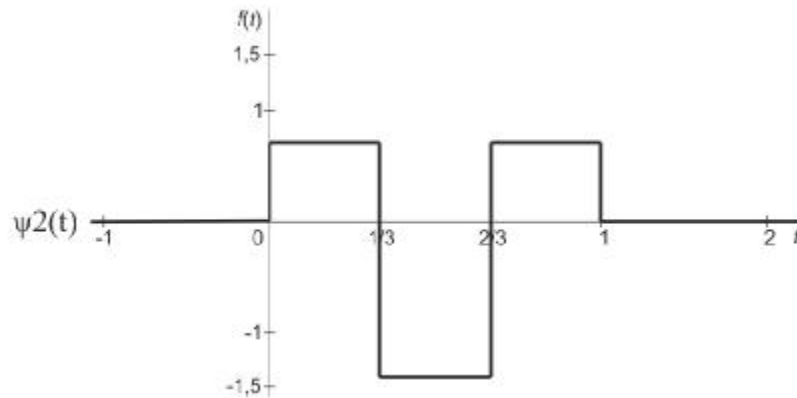


Рисунок 3.10 – Графік другого ТС материнського вейвлета

Зі скінченності інтегралу (3.20) та рівності одиниці його значення випливає, що функція (3.18) володіє скінченною енергією та одиничною нормою у просторі L_2

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_2(t)|^2 dt = 1. \quad (3.20)$$

Функція (3.18) задовольняє умову допустимості (1.8), що доведено рівністю

$$C_{\psi_2} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}_2(f)|^2}{|f|} df = \frac{2}{3} \pi \ln\left(\frac{256}{27}\right) \gg 4,711, \quad (3.21)$$

де $\hat{\psi}_2(x)$ – Фур'є-образ вейвлета (3.18).

Функція (3.18) має компактний носій, який співпадає з носіями функцій (3.1) та (3.13), що випливає з її аналітичного виразу та графіка (рис. 3.10).

Функція (3.18) має два нульових моменти, оскільки, значення інтегралів у рівностях (3.22) та (3.23) рівні нулю, а значення інтеграла (3.24) – ні:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\psi}_2(t) dt = 0; \quad (3.22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\psi}_2^1(t) dt = 0; \quad (3.23)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ddot{t}^2 \psi_2(t) dt = \frac{\sqrt{2}}{27} \neq 0. \quad (3.24)$$

Наявністю двох і тільки двох нульових моментів у функції (3.18) збільшено ефективність вейвлет-аналізу гладких функцій [6, 21, 22, 51, 61, 62].

Залежність (3.12) для функцій (3.18) та (3.13) має вигляд

$$y_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} j(3x) - \sqrt{2} j(3x - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}} j(3x - 2). \quad (3.25)$$

У зв'язку з тим, що функція (3.18) задовольняє усім переліченим вимогам до материнського вейвлета та володіє зв'язком із масштабною функцією (3.13) (ця функція є масштабною по відношенню до заданого вейвлета), її уведено у якості другого вейвлета у дискретне ТСВП поряд із вейвлетом (3.1). На основі функції (3.18) побудовано відповідну систему вейвлет-функцій у вигляді

$$y_{2,m,n}(x) = 3^{-m/2} y_2(3^{-m} x - n), m, n \in \mathbb{Z}. \quad (3.26)$$

З трійкової природи функцій (3.1) та (3.18) впливає попарна ортогональність функцій всередині породжених ними систем (3.16) та (3.26). Для доведення взаємної ортогональності функцій систем (3.16), (3.17) та (3.26) уведено допоміжні функції, в основі яких лежать цифрові фільтри зі скінченною імпульсною характеристикою і які побудовані на основі функцій (3.1), (3.13) та (3.18). Уведені допоміжні функції забезпечують реалізацію швидкої (згорткової) схеми обчислення ТСВП у засобах ЦО інформації. Скінченність

імпульсної характеристики зазначених фільтрів забезпечена скінченними представленнями (3.14), (3.15) та (3.25).

Згідно позначень запропонованих у [22], дискретний фільтр $h[n]$ для ТСВП визначено наступним чином:

$$h[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi\left(\frac{t}{3}\right) \delta(t - n) dt, \quad (3.27)$$

де ϕ – масштабна функція (3.13).

Для двох систем вейвлетів у перетворенні, визначено два фільтри $g[n]$. Фільтр $g1[n]$ визначено як

$$g1[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1\left(\frac{t}{3}\right) \delta(t - n) dt, \quad (3.28)$$

де ψ_1 – вейвлет-функція (3.1).

Фільтр $g2[n]$ визначено у вигляді

$$g2[n] = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_2\left(\frac{t}{3}\right) \delta(t - n) dt, \quad (3.29)$$

де ψ_2 – вейвлет-функція (3.18).

Переважну більшість елементів послідовностей (які інтерпретуються як дискретні фільтри [22]) (3.27)-(3.29) складають нулі, які для реалізації ВП не є істотними. З урахуванням представлення (3.14), (3.15) та (3.25), встановлено, що для реалізації дискретного ТСВП необхідні 0-ий, 1-ий та 2-ий елементи кожної з послідовностей (3.27)-(3.29). Послідовностями цих елементів сформовано фільтри дискретного ТСВП.

Утворені зі співвідношень (3.27)-(3.29) фільтри застосовуються при відновленні сигналу за коефіцієнтами перетворення [22]. Фільтри для декомпозиції сигналу і обчислення відповідних коефіцієнтів перетворення, одержані з фільтрів для відновлення процедурою дзеркального відображення

позицій елементів відносно середнього елемента [6, 21, 22, 51]. Фільтри декомпозиції та відновлення для дискретного ТСВП наведено у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Фільтри декомпозиції та відновлення для реалізації прямого і оберненого дискретного ТСВП

Призначення	Декомпозиція	Відновлення
Фільтр	сигналу	сигналу
$h[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$
$g1[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$	$\left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$
$g2[n]$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\}$	$\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\}$

З даних, наведених у таблиці 3.4 випливає, що фільтр $h[n]$ задовольняє умову (3.30). Цим підтверджено відповідність розрахованих фільтрів та синтезованих систем вейвлет-функцій існуючій практиці ВП [21, 22]

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} |h[n]|^2 = 1. \quad (3.30)$$

На основі обчислених фільтрів $h[n]$, $g1[n]$ та $g2[n]$ синтезовано відповідні допоміжні функції (3.31)-(3.33) згідно [21]. З урахуванням даних із таблиці 3.4, нескінченні суми у виразах функцій (3.31)-(3.33) замінено, без втрати загальності, на скінченні, з метою спрощення розрахунків у подальших викладках:

$$m_0(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 h[n] e^{-inx}, \quad (3.31)$$

де $h[n]$ – дискретний фільтр (3.27);

$$m_1(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 g_1[n] e^{-inx}, \quad (3.32)$$

де $g_1[n]$ – дискретний фільтр (3.28);

$$m_2(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=0}^2 g_2[n] e^{-inx}, \quad (3.33)$$

де $g_2[n]$ – дискретний фільтр (3.29).

Ортогональність систем породжених функціями (3.1), (3.13) та (3.18) перевірена за допомогою матриці M (3.34). У випадку, якщо вказана матриця є унітарною, то функції систем (3.16), (3.17) та (3.26) є взаємно ортогональними [21]

$$M = \begin{pmatrix} m_0(x) & m_1(x) & m_2(x) \\ m_0(x + \frac{2\pi}{3}) & m_1(x + \frac{2\pi}{3}) & m_2(x + \frac{2\pi}{3}) \\ m_0(x + \frac{4\pi}{3}) & m_1(x + \frac{4\pi}{3}) & m_2(x + \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

де $m_i(x)$ – допоміжні функції (3.31)-(3.33), $i=0,1,2$.

Встановлено, що функції (3.31)-(3.33) забезпечують унітарність матриці (3.34), з чого випливає взаємна ортогональність функцій систем (3.16), (3.17) та (3.26) і, відповідно, ортогональність дискретного ВП синтезованого на їх основі [6, 21, 22, 51, 61, 62, 67].

Дискретне ТСВП функції $f(x) \in L_2(\mathbb{R})$ записане у формі (1.10), з урахуванням застосування двох систем вейвлетів, має вигляд

$$w_{1,m,n} = \langle f(\cdot) | y_{1,m,n}(\cdot) \rangle, w_{2,m,n} = \langle f(\cdot) | y_{2,m,n}(\cdot) \rangle, \quad (3.35)$$

де $y_{1,m,n}(x)$ – вейвлет-функція системи (3.16), $y_{2,m,n}(x)$ – вейвлет-функція системи (3.26), $m, n \in \mathbb{Z}$.

Обернене перетворення записане у формі (1.12), з урахуванням застосування двох систем вейвлетів та масштабної функції, має вигляд

$$f(x) \gg \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n j_{0,n}(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{1,m,n} y_{1,m,n}(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{2,m,n} y_{2,m,n}(x), \quad (3.36)$$

де $w_{1,m,n}$, $w_{2,m,n}$ – вейвлет коефіцієнти, обчислені згідно (3.35), v_n – масштабні коефіцієнти

$$v_n = \langle f(\cdot) | j_{0,n}(\cdot) \rangle, \quad (3.37)$$

де $j_{0,n}(x)$ – масштабна функція системи (3.17), $n \in \mathbb{Z}$.

Дискретні пряме та обернене ТСВП цілком задані формулами (3.35)-(3.37) не є, однак, у такому представленні зручними для застосування у системах ЦО інформації та не повністю відображають ідеї багатомасштабного аналізу. У зв'язку з цим, наведені перетворення записано у згортковій (фільтровій) формі. У подальших викладках фільтри $h[n]$, $g_1[n]$ та $g_2[n]$ визначено фільтрами відновлення, а відповідні фільтри декомпозиції (табл. 3.4) – як двоїсті [6, 22] до них $h^*[n]$, $g_1^*[n]$ та $g_2^*[n]$.

Зважаючи на трійкову природу перетворень (3.35)-(3.37) та на значення параметру стиску $a_0=3$ у виразі (1.11), двійкова децимація замінена трійковою (англ. «triadic decimation»). Для позначення цієї операції та оберненої до неї уведено відповідні оператори згідно [6]:

$$\downarrow_3 [X], \quad (3.38)$$

де X – дискретний вхідний сигнал довільної скінченної довжини;

$$\uparrow_3 [X]. \quad (3.39)$$

Оператор (3.38) з вхідного сигналу X залишає кожен третій елемент, відкидаючи решту, а оператор (3.39) після кожного елемента вхідного сигналу X

додає два нульових елементи. Із застосуванням операторів (3.38) та (3.39) пряме дискретне ТСВП у згортковій формі записано у вигляді

$$a_{j+1} = \text{--}_3 [a_j * h^*], d1_{j+1} = \text{--}_3 [a_j * g1^*], d2_{j+1} = \text{--}_3 [a_j * g2^*], \quad (3.40)$$

де a_j – послідовність апроксимуючих коефіцієнтів, одержаних на j -ій ітерації алгоритму ВП, $d1_j$ – послідовність деталізуючих коефіцієнтів, одержаних на j -ій ітерації алгоритму ВП, які відповідають вейвлет-функціям системи (3.16), $d2_j$ – послідовність деталізуючих коефіцієнтів, одержаних на j -ій ітерації алгоритму ВП, які відповідають вейвлет-функціям системи (3.26), $*$ – операція згортки, h^* , $g1^*$, $g2^*$ – дискретні фільтри декомпозиції (табл. 3.4).

У термінах операторів (3.38) та (3.39) обернене дискретне ТСВП у згортковій формі записано у вигляді

$$a_j = \text{--}_3 [a_{j+1}]^* h + \text{--}_3 [d1_{j+1}]^* g1 + \text{--}_3 [d2_{j+1}]^* g2, \quad (3.41)$$

де h , $g1$, $g2$ – дискретні фільтри відновлення (табл. 3.4).

У загальному випадку, у виразах (3.40) та (3.41) індекс $j \in \mathbb{Z}$, однак, здебільшого, у практиці ВП приймають $j \in \mathbb{N}_0$, причому, у якості послідовності апроксимуючих коефіцієнтів a_0 (початкове наближення) покладають послідовність значень вхідного сигналу X [21, 22, 51], [62]-[68].

Форми запису (3.40) та (3.41) є реалізацією швидкого дискретного ТСВП за допомогою каскаду фільтрів та трійкової децимації. Така реалізація уможливорює проектування як апаратних, так і програмних засобів дискретного ТСВП, які реалізують переваги не лише дискретного перетворення, а й неперервного, які наведені у попередніх викладах. Реалізація відповідних засобів у фільтровій формі уможливорює аналіз їх ефективності із подальшою оптимізацією їх проектування.

На основі попередніх викладок визначено загальні алгоритми швидких прямого та оберненого дискретного ТСВП, блок-схеми яких наведено відповідно на рисунках 3.11 та 3.12.

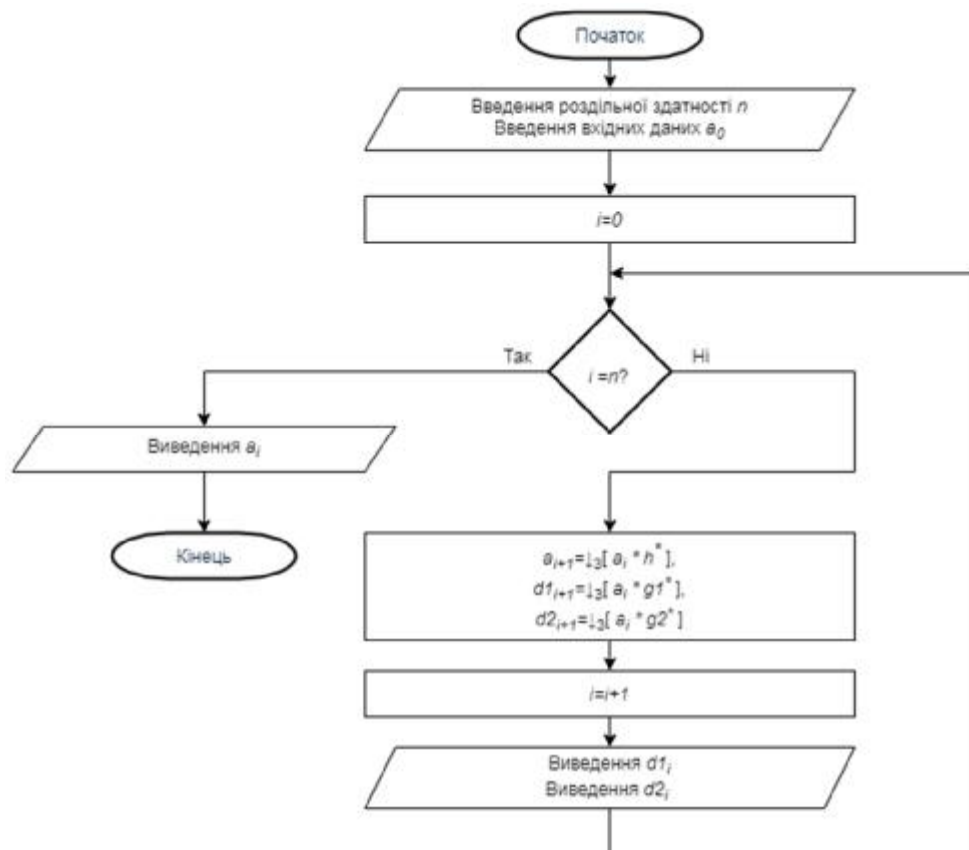


Рисунок 3.11 – Блок-схема алгоритму методу швидкого ТСВП, побудованого за допомогою каскаду фільтрів та трійкової децимації

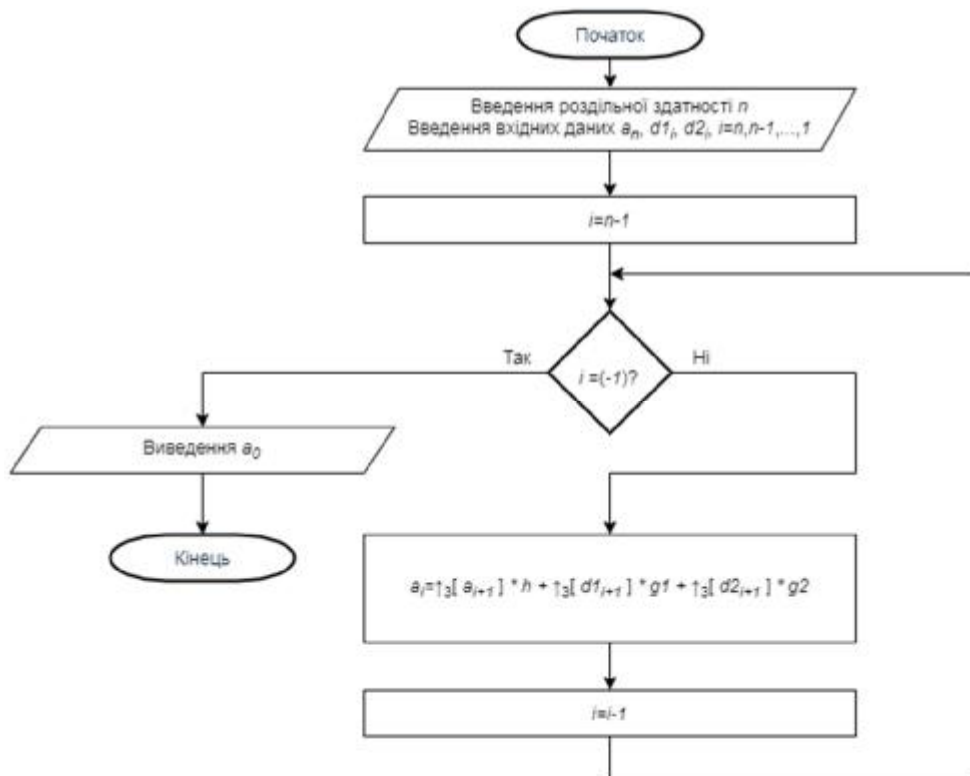


Рисунок 3.12 – Блок-схема алгоритму методу швидкого оберненого ТСВП, побудованого за допомогою каскаду фільтрів та трійкової децимації

Швидкі перетворення (3.40) та (3.41) забезпечили ефективну реалізацію дискретного ТСВП у засобах ЦО інформації та уможливили оцінку ефективності застосування запропонованого ВП у порівнянні з іншими у подальших розділах.

Висновки до розділу 3

1. Уперше запропоновано синтез материнського вейвлета на основі системи ортогоналізованих добутоків ТСФ помножених на запропоновані нормуючі коефіцієнти. Обґрунтовано властивості запропонованого ТС материнського вейвлета.

2. Уперше запропоновано застосування неперервного ТСВП для ЦО інформації. На основі порівняльного аналізу скейлограм, доведено ефективність застосування запропонованого ВП для розв'язання задач виявлення короткотермінових особливостей та характеристик сигналів, які накладені на довготермінові, у порівнянні з ВП Хаара, Добеші та біортогональним ВП. Середній приріст ефективності в залежності від типу сигналів склав $50\div 100\%$.

3. Уперше запропоновано застосування дискретного ТСВП для ЦО інформації. З метою синтезу запропонованого перетворення із системи нормалізованих ортогоналізованих добутоків ТСФ, для запропонованого ТС материнського вейвлета, визначено масштабну функцію та додатковий (другий) материнський вейвлет. Для запропонованого дискретного ВП визначено дискретні фільтри декомпозиції та відновлення, на основі яких, синтезовано фільтрову форму перетворення. За допомогою синтезованих фільтрів доведено ортогональність запропонованого ВП.

4. Основні отримані наукові результати опубліковані у фахових виданнях [38, 110, 111] та матеріалах конференцій [37], [39]-[42], [93, 94, 107, 109, 112].

РОЗДІЛ 4

РОЗРОБКА СТРУКТУР СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ ПРОЦЕСОРІВ ДЛЯ
ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ4.1 Розробка та моделювання спеціалізованого процесора для
трійкового симетричного ортогонального перетворення

Проектування комп'ютерних систем та їх компонентів включає в себе створення апаратно-програмного забезпечення процесів зберігання та обробки інформації в комп'ютерних та інформаційно-вимірювальних системах і мережах. Одним з основних шляхів розв'язання цієї задачі є використання спеціалізованих процесорів, які апаратно реалізують елементи математичних обчислень. Такий підхід застосовано для розробки засобу запропонованого у попередніх розділах методу швидкого ТСОП.

Із результатів, наведених у таблиці 2.5, та рекурсивної природи властивостей матриць TH_N (2.48) і MTH_p (2.54) випливає, що для обчислення усіх коефіцієнтів ТСОП застосовано наступні операційні блоки:

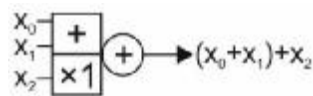


Рисунок 4.1 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) + x_2$$

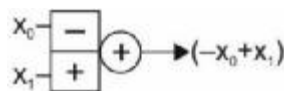


Рисунок 4.2 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1) = (-x_0 + x_1)$$

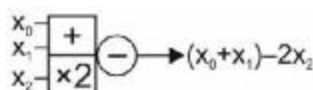


Рисунок 4.3 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) - 2x_2$$

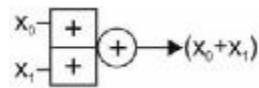


Рисунок 4.4 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1) = (x_0 + x_1)$$



Рисунок 4.5 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0) = (x_0) \text{ (повторювач)}$$



Рисунок 4.6 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0) = (ax_0) \text{ (помножувач на константу)}$$

Із залежностей (2.84) випливає, що для відновлення вхідних даних перетворення (2.45) за допомогою оберненого перетворення, окрім операційних блоків, які зображені на рисунках 4.1-4.6, застосовано наступні операційні блоки:

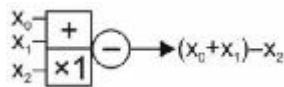


Рисунок 4.7 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) - x_2$$

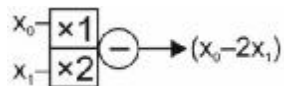


Рисунок 4.8 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1) = (x_0 - 2x_1)$$

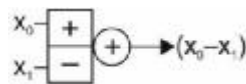


Рисунок 4.9 – Операційний блок, який реалізує функцію

$$f(x_0, x_1) = (x_0 - x_1)$$

Із застосуванням запропонованих операційних блоків (рис. 4.1-4.9), на рисунках 4.10 та 4.11 представлено графічні схеми відповідно швидкого прямого та оберненого ТСОП розміру $N=27$.

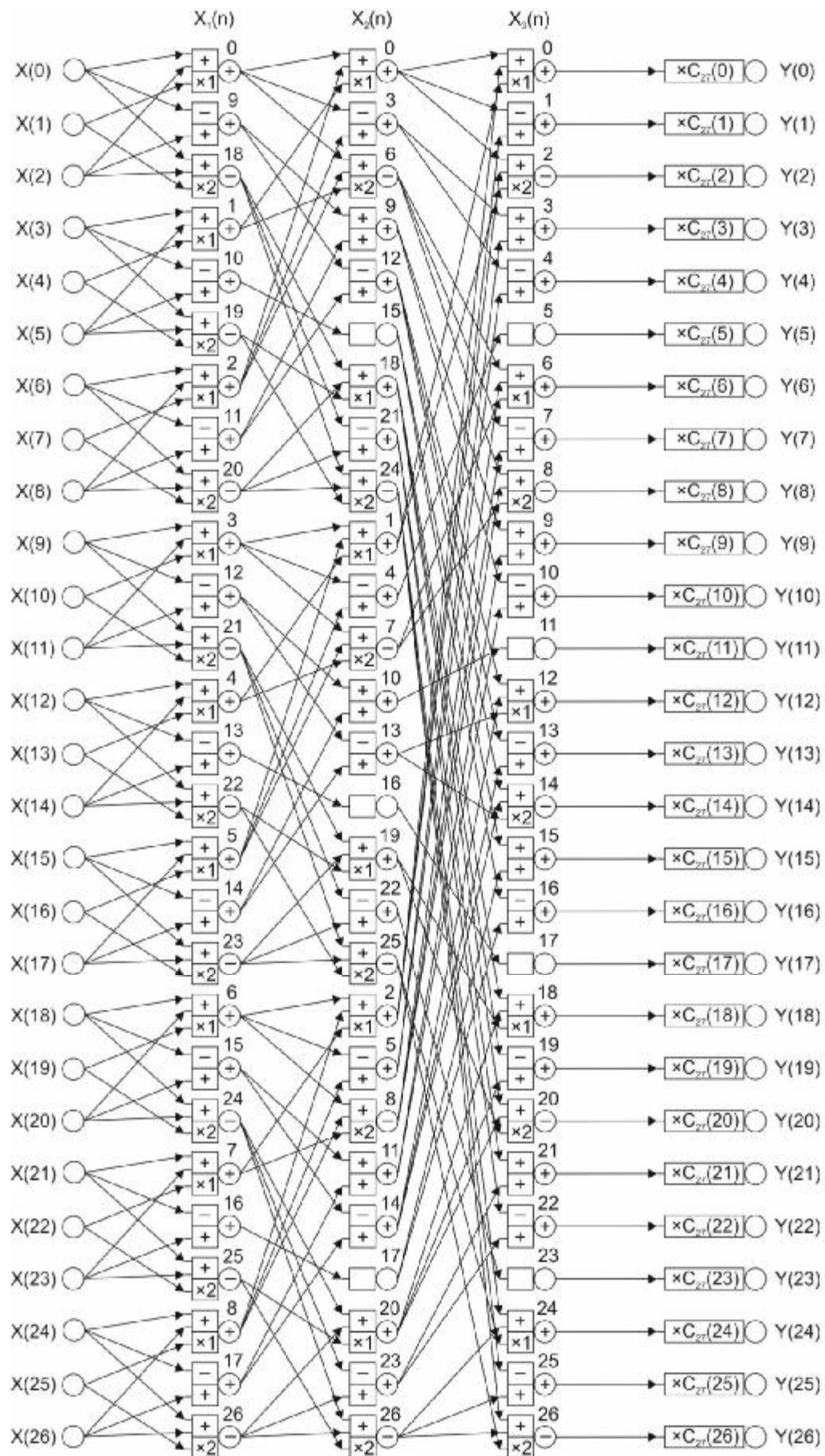


Рисунок 4.10 – Схема швидкого ТСОП розміру $N=27$, побудованого за принципом divide-and-conquer

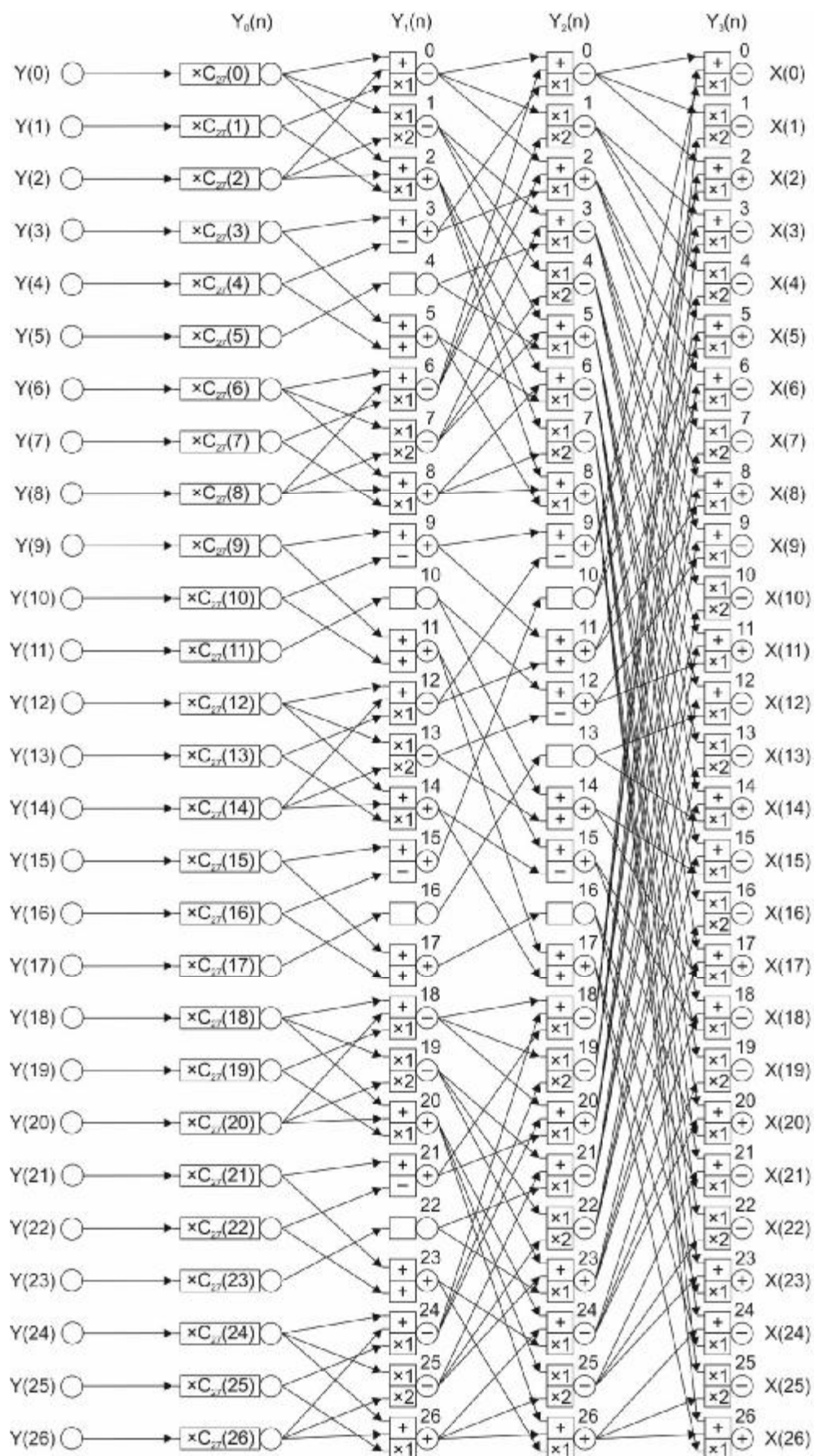


Рисунок 4.11 – Схема швидкого оберненого ТСОП розміру $N=27$, побудованого за принципом divide-and-conquer

Засіб ТСОП реалізовано у вигляді спеціалізованого процесора на основі відповідного методу, запропонованого у попередніх розділах (рис. 2.7), та схеми обчислення, побудованої на основі запропонованих операційних блоків (рис. 4.10). Структурну схему такого спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП наведено на рисунку 4.12.

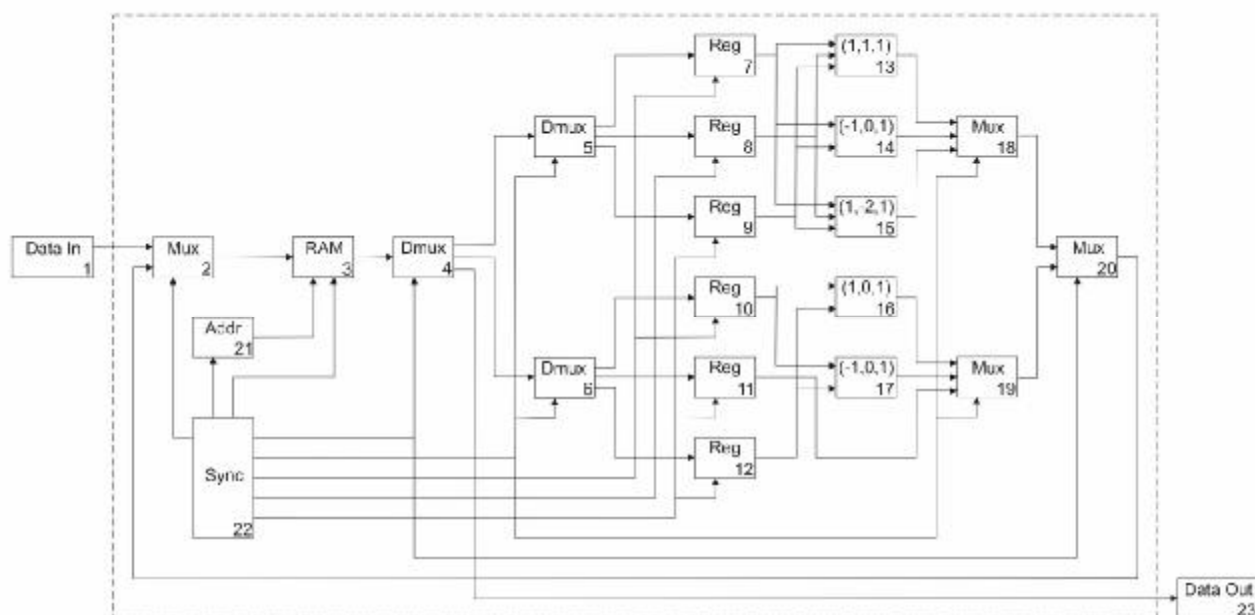


Рисунок 4.12 – Структурна схема спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП

Основні компоненти засобу, їх позначення та опис наведено у таблиці 4.1. Функціонування засобу забезпечено блоком синхронізації 22.

Запропонований засіб працює наступним чином:

- 1) джерело інформації 1 подає на вхід засобу послідовно N значень вхідної послідовності даних, які через мультимплексор 2 записуються у запам'ятовуючий пристрій 3 за адресами, поданими генератором адрес 21;
- 2) блоком синхронізації 22 визначається, на який з демультимплексорів 5 чи 6 демультимплексором 4 буде передано три операнди, які зчитуються із запам'ятовуючого пристрою 3 за адресами, поданими генератором адрес 21;

- 3) демультимплексор 5 (6) під керуванням сигналів блоку синхронізації 22 забезпечує занесення зчитаних з пам'яті операндів у регістри пам'яті 7-9 (10-12), блоком синхронізації 22 забезпечується оновлення значень у цих регістрах та їх подальше зберігання до наступної ітерації обчислень;

Таблиця 4.1 – Перелік елементів спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП (згідно структурної схеми на рисунку 4.12)

№ на схемі	Використане позначення	Опис елемента
1	Data In	Джерело інформації, яке подає на вхід засобу дані, які підлягають обробці (є зовнішнім у відношенні до засобу)
2, 18-20	Mux	Мультимплексор
3	RAM	Оперативний запам'ятовуючий пристрій для зберігання вхідних даних та проміжних результатів обчислень
4-6	DMux	Демультимплексор
7-12	Reg	Регістр пам'яті для зберігання операндів
13	(1,1,1)	Операційний блок $f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) + x_2$
14, 17	(-1,0,1)	Операційний блок $f(x_0, x_1) = (-x_0 + x_1)$
15	(1,-2,1)	Операційний блок $f(x_0, x_1, x_2) = (x_0 + x_1) - 2x_2$
16	(1,0,1)	Операційний блок $f(x_0, x_1) = (x_0 + x_1)$
21	Addr	Генератор адрес для доступу до пам'яті
22	Sync	Блок синхронізації
23	Data Out	Вихід засобу

- 4) блок синхронізації 22 забезпечує передачу з виходів операційних блоків 13-15 (16, 17 та регістру 11) результатів обчислень на поточній ітерації через мультимплексор 18 (19) на мультимплексор 20, а з нього через

мультиплексор 2 на вхід запам'ятовуючого пристрою 3, у якому ці результати записуються за поданими з генератора 21 адресами;

- 5) блоком синхронізації 22 визначена необхідна кількість ітерацій для здійснення перетворення і доки вони не будуть виконані, робота засобу проходить у межах кроків 2-5 цього алгоритму, якщо усі ітерації перетворення реалізовані, то засіб здійснює перехід до наступного кроку;
- 6) блоком синхронізації 22 забезпечується виведення результатів обчислень із запам'ятовуючого пристрою 3 за адресами сформованими генератором 21 через демультимплексор 4 на вихід засобу 23;
- 7) після виведення результатів засіб переходить в режим очікування подання даних на вхід.

Блок-схема наведеного алгоритму функціонування спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП зображена на рисунку 4.13.

Функціональну схему запропонованого спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП наведено на рисунку 4.14. Схема змодельована за допомогою САД засобу Xilinx ISE. Це, також, забезпечує можливість імплементації схеми спеціалізованого процесора за допомогою ПЛІС сімейств Xilinx Spartan [113, 114].

Запропонований засіб швидкого ТСОП працює із даними у форматі Q15 [1]. Цей формат передбачає представлення дробових десяткових чисел у вигляді 16-розрядних двійкових чисел, у яких 15 розрядів є значущими, а старший біт числа є знаковим [1]. Відповідно, усі компоненти засобу, які призначені для роботи з даними, є 16-розрядними. Використання формату Q15 передбачає нормалізування даних перед їх переведенням у цей формат і подальшим використанням у запропонованому засобі [1].

Для роботи засобу швидкого ТСОП необхідні зовнішній сигнал тактування (сигнал CLK на рисунку 4.14) та стартовий сигнал (сигнал Start_ на рисунку 4.14) для ініціалізації початкових значень компонентів. По каналу стартового сигналу необхідно, на першому такті роботи засобу, передати логічну одиницю, що приведе до ініціалізації роботи пристрою. На наступних тактах роботи по цьому

каналу необхідно передавати логічний нуль. Необхідність у повторній передачі цим каналом логічної одиниці виникає лише у тому випадку, коли передача даних зовнішньою системою була припинена і нові вхідні дані не надійшли на обробку після завершення процедури перетворення, оскільки, виникає необхідність у повторній ініціалізації засобу після простою.

Основними компонентами спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП, функціональна схема якого наведена на рисунку 4.14, є блок синхронізації та генератор адрес, функціональні схеми яких наведені на рисунках 4.15 та 4.16, відповідно.

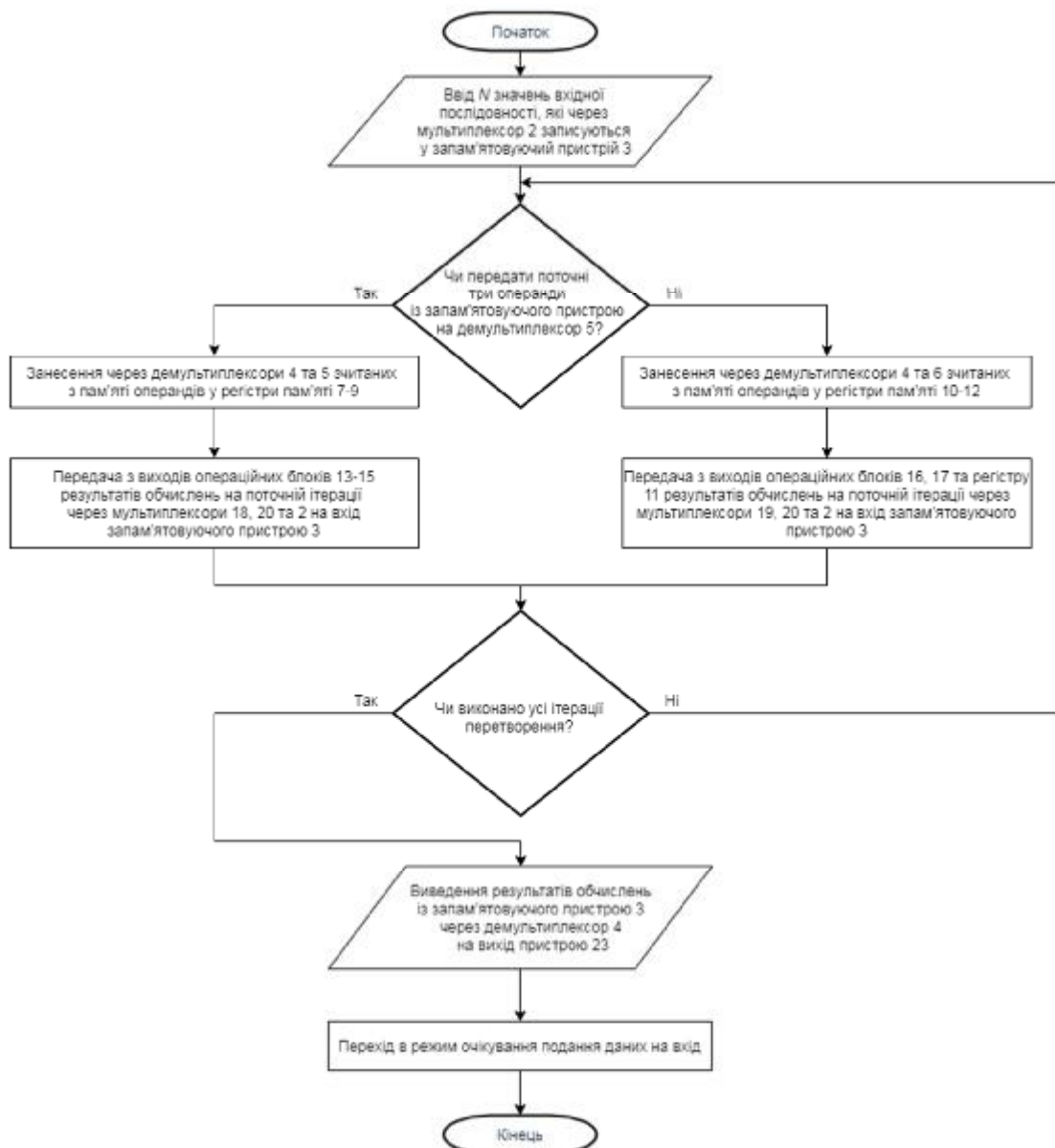


Рисунок 4.13 – Блок-схема алгоритму функціонування спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП

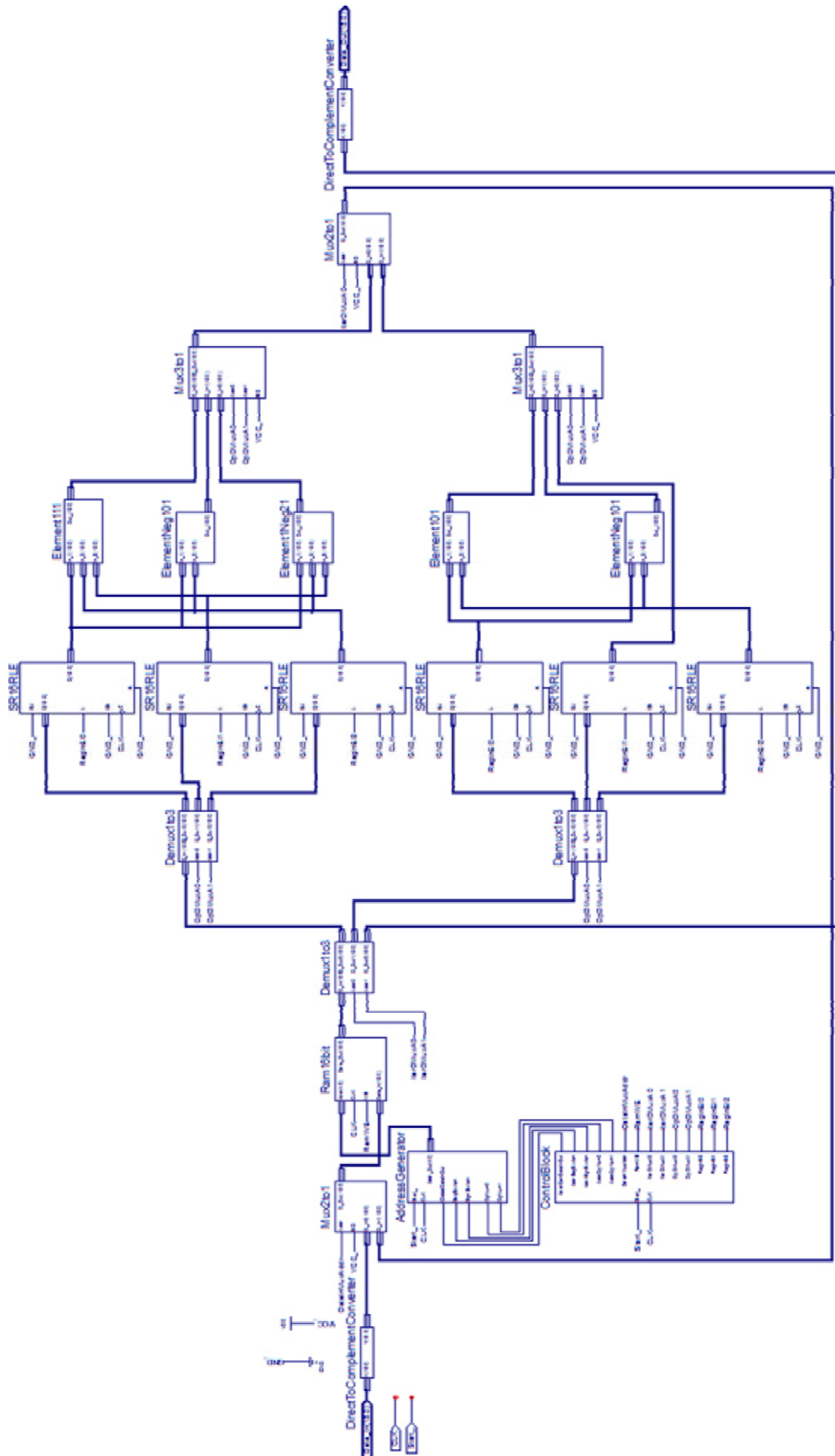


Рисунок 4.14 – Функціональна схема спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП

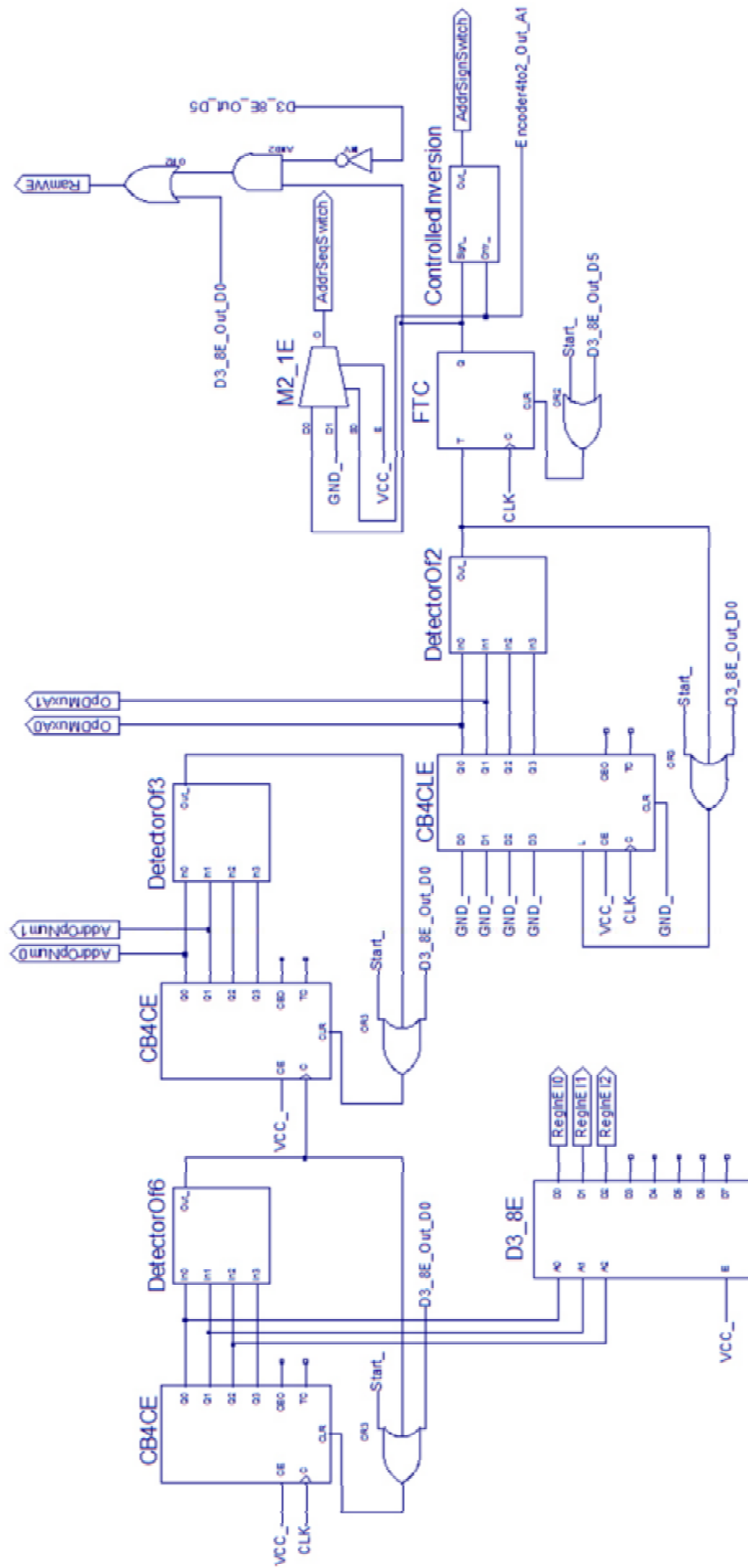


Рисунок 4.15, аркуш 2

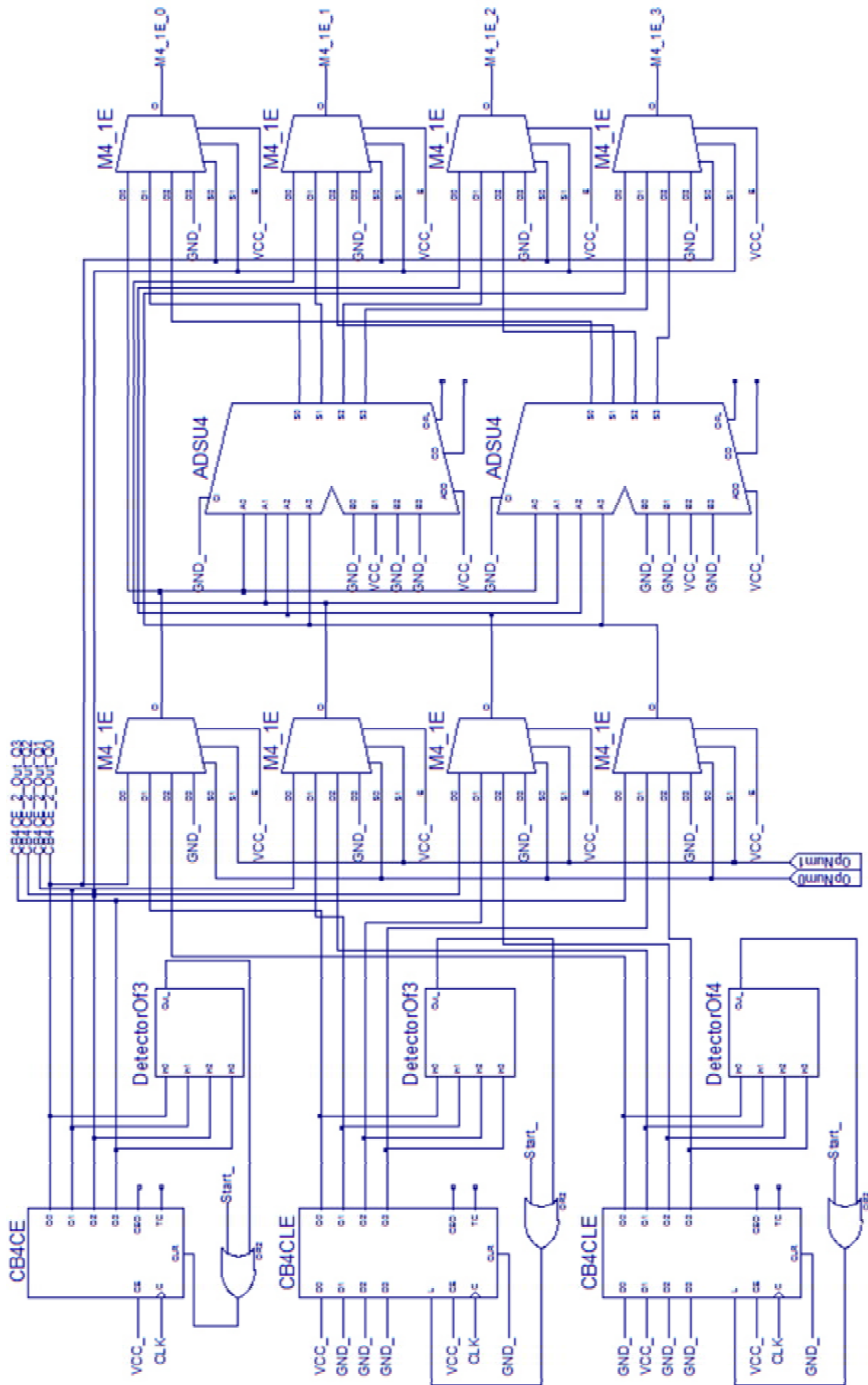


Рисунок 4.16, аркуш 2

У схемах на рисунках 4.14-4.16 поряд із компонентами стандартної бібліотеки Xilinx ISE, характеристики яких можна знайти у [113, 114], застосовано запропоновані автором ієрархічні блоки (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Ієрархічні блоки, застосовані для реалізації спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП (згідно функціональних схем на рисунках 4.14-4.16)

Назва	Опис елемента
AddressGenerator	Генератор адрес для доступу до пам'яті (рис. 4.16)
ControlBlock	Блок синхронізації (рис. 4.15)
ControlledInversion	Блок, який виконує функцію інвертора при поданні на управляючий вхід високого логічного рівня, а при поданні низького – повторювача
Demux1to3	Демультимплексор 1-до-3 (16-розрядний)
DetectorOfN	Блок, який при наявності на чотирьох його входах двійкового представлення числа $N=2,3,4,5,6,8,9$ подає на вихід високий логічний рівень, у інших випадках – низький
DirectTo-ComplementConverter	Перетворювач прямого двійкового коду в доповняльний
DividerBy3	Блок, який реалізує схему синхронного ділення на 3
Element101	Операційний блок $f(x_0, x_1)=(x_0+x_1)$ (рис. 4.4)
Element111	Операційний блок $f(x_0, x_1, x_2)=(x_0+x_1)+x_2$ (рис. 4.1)
Element1Neg21	Операційний блок $f(x_0, x_1, x_2)=(x_0+x_1)-2x_2$ (рис. 4.3)
ElementNeg101	Операційний блок $f(x_0, x_1)=(-x_0+x_1)$ (рис. 4.2)
Encoder4to2	Двійковий шифратор 4-до-2
Mux2to1	Мультиплексор 2-до-1 (16-розрядний)
Mux3to1	Мультиплексор 3-до-1 (16-розрядний)
Ram16bit	Блок пам'яті (16-розрядний) на основі RAM32X8S

Наведені схеми блоку синхронізації та генератора адрес (рис. 4.15 та 4.16) забезпечують роботу спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП у випадку розміру перетворення $N=9$. У цьому випадку цикл роботи процесора складає 54 такти. За цей проміжок часу здійснюється інфообмін про вхідні дані для ТСОП (9 тактів), безпосереднє перетворення (36 тактів) та інфообмін про результати перетворення (9 тактів). Обчислення коефіцієнтів перетворення складається з шести кроків по 6 тактів. Кожен включає в себе зчитування операндів з пам'яті Ram16bit на кожен з 3 регістрів SR16RLE (рис. 4.14) (по 1 такту на регістр) однієї із двох регістрових груп та запис 3 результатів виконання арифметичних операцій із операційних блоків та регістрів (по 1 такту на результат) у пам'ять Ram16bit під іншою адресою.

Оскільки, число тактів для кожного із основних етапів перетворення кратне 9, у блоці синхронізації присутні 2 елементи DividerBy3, які забезпечують зміну виходів двійкового лічильника CB4CE, безпосередньо з'єднаного із ними, на кожен 9-ий такт (рис. 4.15, аркуш 1). Під'єднанням до виходів цього лічильника елемента DetectorOf6 (рис. 4.15, аркуш 1) забезпечено його обнулення після проходження 54 тактів роботи процесора і повернення його у початковий стан.

Двійковий дешифратор D3_8E, який з'єднаний безпосередньо зі згаданим вище лічильником, та з'єднаний із ним двійковий шифратор Encoder4to2 (рис. 4.15, аркуш 1) забезпечують керування процесами у спеціалізованому процесорі в залежності від номеру 9-тактового кроку його роботи. Так, лише на першому кроці вихід блоку синхронізації DataInMuxAddr переводиться на низький логічний рівень, що забезпечує перемикання вхідного мультиплексора Mux2to1 на передачу в Ram16bit (рис. 4.14) вхідних даних та повернення його на забезпечення зворотного зв'язку із пам'яттю на подальших кроках.

Особливістю схеми ТСОП, реалізованої у запропонованому спеціалізованому процесорі (рис. 4.10), є те, що вона реалізована на основі трійок операційних блоків, які являють собою найменшу обчислювальну одиницю алгоритму перетворення. Обчислення кожної такої трійки реалізовано

6-тактовим кроком роботи процесора. При цьому, кількість обчислень таких трійок на кожную ітерацію перетворення є непарною. У зв'язку з цим, у блоці синхронізації (рис. 4.15, аркуш 2) запропоновано схему з Т-тригера FTC, елемента ControlledInversion (табл. 4.2), лічильника CB4CLE та елемента DetectorOf2. Ця схема забезпечує реалізацію непарної серії управляючих сигналів OpDMuxA0, OpDMuxA1 для вибору необхідної трійки обчислювальних блоків та RamWE для перемикавання режиму читання/запис пам'яті Ram16bit (рис. 4.14) без необхідності обнулення усіх компонентів блоку синхронізації та генератора адрес, чим зменшено загальну операційну складність спеціалізованого процесора.

Додатковою особливістю схеми ТСОП, реалізованої у запропонованому спеціалізованому процесорі (рис. 4.10), є те, що в межах однієї ітерації перетворення необхідне одночасне зберігання вхідних для ітерації даних та результуючих проміжних коефіцієнтів перетворення. Для вирішення цієї задачі генератор адрес спеціалізованого процесора для реалізації ТСОП (рис. 4.16) спроектовано таким чином, щоб адреси вхідних даних та проміжних коефіцієнтів кожної ітерації відрізнялися на старший розряд при однакових значеннях молодших розрядів, які представляють порядковий номер елемента вектора даних або коефіцієнтів. На наступній ітерації, коефіцієнти попередньої ітерації стають вхідними даними, а результати обчислень записуються у комірки, у яких містились вхідні дані для попередньої ітерації. Застосуванням такого підходу спрощено логіку генерування адрес для читання/запису і зменшено загальну операційну складність спеціалізованого процесора.

У випадку розміру перетворення $N=9$, запис номера елемента займає не більше чотирьох двійкових розрядів. У зв'язку з цим, для побудови ієрархічного блоку Ram16bit використано елементи RAM32X8S, які допускають 5-розрядні адреси даних і забезпечують реалізацію описаної вище схеми генерування адрес. Зміна значення старшого розряду в адресах забезпечується описаною вище схемою для реалізації непарної серії управляючих сигналів та групи двійкових лічильників CB4CE через виходи AddrSignSwitch, AddrSeqSwitch, AddrOpNum0,

AddrOpNum1, OpNum0 та OpNum1 блоку синхронізації (рис. 4.15, аркуш 2). Зазначені елементи у поєднанні із групою мультиплексорів M4_1E та схемою загального керування роботою спеціалізованого процесора подають на виходи IterDMuxA0 та IterDMuxA1 (рис. 4.15, аркуш 1) керуючі сигнали для перемикання демультимплексора DMux1to3 (рис. 4.14) який забезпечує направлення потоку даних із пам'яті Ram16bit на одну з обчислювальних трійок або на вихід процесора. Виходи RegInEI0, RegInEI1 та RegInEI2 блоку синхронізації (рис. 4.15, аркуш 2) забезпечують керування записом даних у регістри SR16RLE (рис. 4.14).

Схема з двійкового лічильника CB4CE та елемент DetectorOf8 у генераторі адрес (рис. 4.16, аркуш 1) забезпечує генерування блоку послідовних адрес від 0 до 9. Вона застосовується при інфообміні про вхідні дані для перетворення та про вихідні коефіцієнти ТСОП, тобто на 9-тактових кроках роботи спеціалізованого процесора.

Для 6-тактових кроків роботи запропонованого спеціалізованого процесора необхідне генерування двох відмінних між собою блоків з 3 адрес, що пов'язано із перестановками номерів елементів векторів даних та коефіцієнтів у схемі швидкого ТСОП (рис. 4.10). Крім цього, адреси у цих блоках, у частині випадків не утворюють натуральні послідовності.

Для генерування блоків, які містять натуральні послідовності з 3 адрес, застосовуються схеми з двійкового лічильника CB4CE і елемента DetectorOf3 (послідовність 0,1,2) (рис. 4.16, аркуш 2) та з двійкових лічильників із можливістю завантаження CB4CLE з елементами DetectorOf5 та DetectorOf8 (послідовності 3,4,5 та 6,7,8, відповідно) (рис. 4.16, аркуш 1).

Для генерування блоків із ненатуральними послідовностями адрес, застосовуються схеми з двійкового лічильника CB4CE і елемента DetectorOf3 (послідовність 0,3,6) та з двійкових лічильників із можливістю завантаження CB4CLE з елементами DetectorOf3 та DetectorOf4 (послідовності 1,4,7 та 2,5,8, відповідно) (рис. 4.16, аркуш 2). Оскільки, вказані схеми генерують натуральні послідовності чисел, їх вихідні сигнали через групу мультиплексорів M4_1E

подаються на каскадні суматори/субтрактори ADSU4, які функціонують у режимі суматора та здійснюють додавання чисел 2 та 4, відповідно, до вихідних сигналів схем із лічильниками (рис. 4.16, аркуш 2), чим забезпечується генерування вказаних послідовностей адрес.

Результати моделювання перебігу процесу перетворення подано у вигляді часової діаграми на рисунку 4.17. Моделювання проводилось для вхідного вектора $X=[1, 2, -3, -4, -5, 6, 7, 8, -9]^T$ довжиною $N=9$. При аналізі часової схеми на рисунку 4.17 необхідно врахувати, що проміжок часу в одну часову одиницю, починаючи від нуля, зарезервовано середовищем моделювання для службових цілей (безпосередньо для схеми на рисунку 4.17 цей проміжок складає $[0, 1)$ мкс) і тому безпосереднє моделювання починається з моменту часу в 1 мкс.

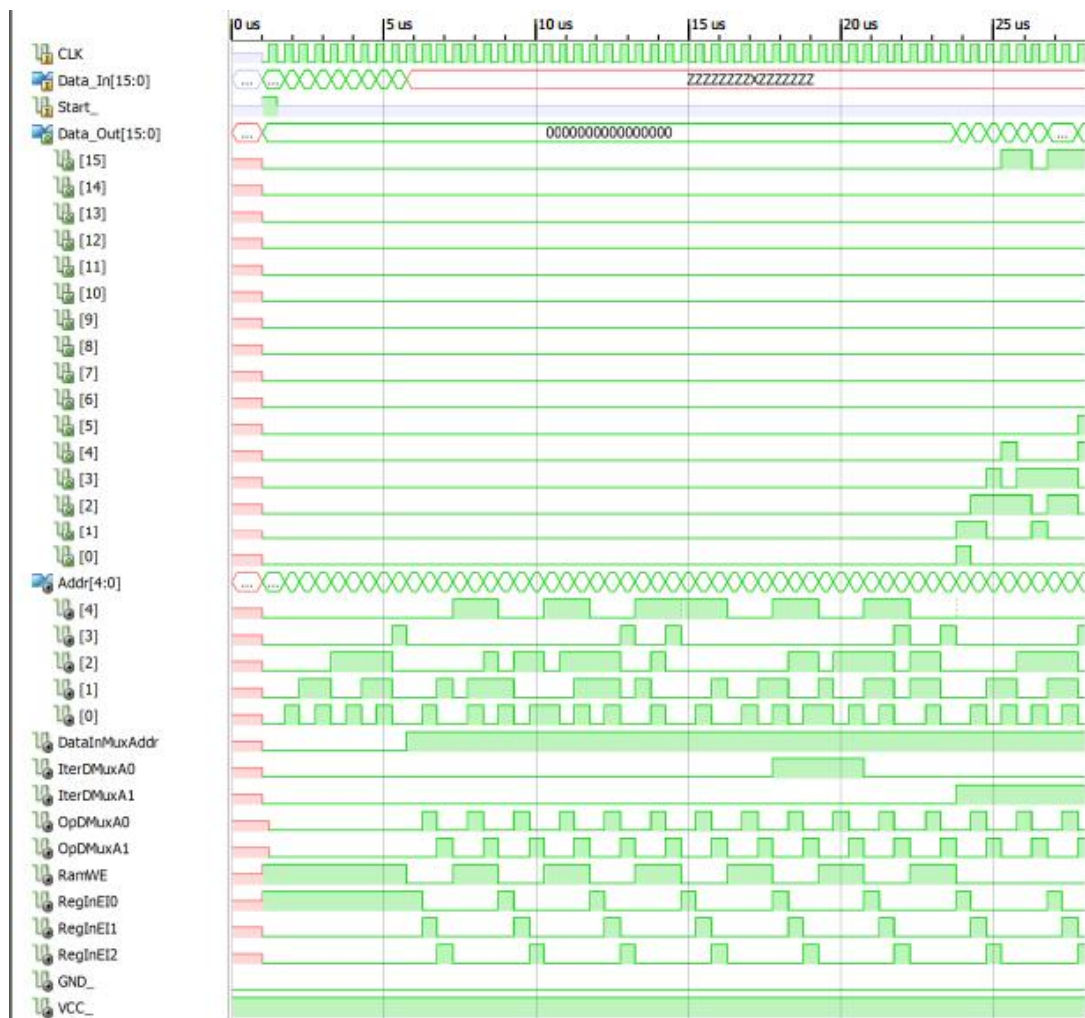


Рисунок 4.17 – Часова діаграма перебігу процесу швидкого ТСОП реалізованого відповідним засобом для вхідного вектора довжиною $N=9$

Результати моделювання (рис. 4.17) запропонованого автором засобу швидкого ТСОП у вигляді відповідного спеціалізованого процесора підтвердили коректність його функціонування. Цим зумовлений подальший аналіз ефективності застосування запропонованого ТСОП та відповідного засобу в прикладних галузях ЦО інформації.

4.2 Розробка та реалізація спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення

Проектування комп'ютерних систем та їх компонентів включає в себе створення апаратно-програмного забезпечення процесів зберігання та обробки інформації в комп'ютерних та інформаційно-вимірювальних системах і мережах. Одним з основних шляхів розв'язання цієї задачі є використання спеціалізованих процесорів, які апаратно-програмно реалізують елементи математичних обчислень. Такий підхід застосовано для розробки апаратно-програмного засобу запропонованого у попередніх розділах методу швидкого дискретного ТСВП.

На основі виразів (3.40) та (3.41) реалізовано графічні схеми прямого (рис. 4.18) та оберненого (рис. 4.19) швидкого дискретного ТСВП.

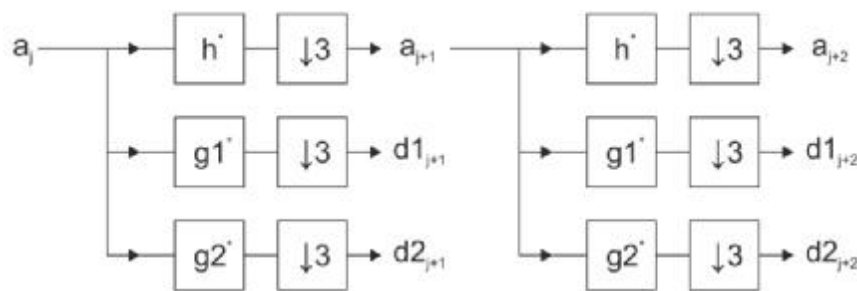


Рисунок 4.18 – Схема обчислення швидкого дискретного ТСВП

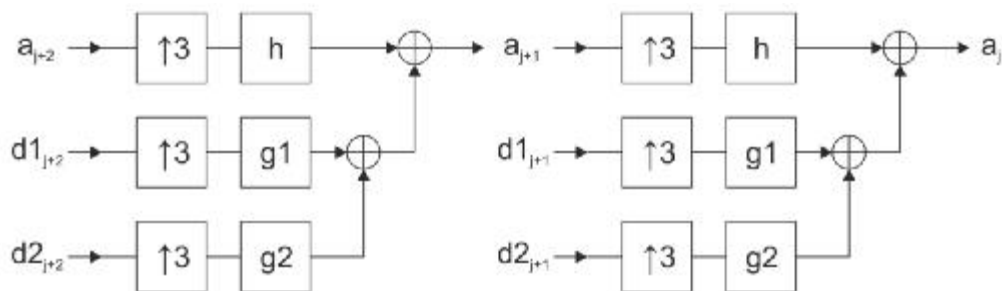


Рисунок 4.19 – Схема обчислення швидкого оберненого дискретного ТСВП

Для реалізації апаратно-програмного спеціалізованого процесора для ТСВП використано згорткову (фільтрову) форму обчислення запропонованого перетворення, яка представлена виразами (3.40) та (3.41), а також, відповідними схемами (рис. 4.18- 4.19). Застосування такої форми перетворення забезпечило вищу швидкодію пристрою, у порівнянні з прямим методом обчислення дискретного ТСВП.

Для реалізації апаратної частини використано AVR мікроконтролер ATmega2560 виробництва компанії Atmel. Для забезпечення інфообміну апаратної частини спеціалізованого процесора для ТСВП з комп'ютером (програмною частиною) передбачено використання COM-порту. Оскільки, у сучасних моделях комп'ютерної техніки, особливо, портативної типу laptop/notebook, відсутній апаратний інтерфейс цього типу, для забезпечення інфообміну використано USB-інтерфейс. Перетворення інтерфейсів USB – COM-порт та COM-порт – USB забезпечується на стороні комп'ютера операційною системою у автоматичному порядку, а на стороні спеціалізованого процесора для ТСВП – AVR мікроконтролером ATmega16U2.

З метою спрощення апаратної реалізації спеціалізованого процесора для ТСВП, використано пристрій розробки Arduino Mega 2560 Rev3, який містить мікроконтролер ATmega2560, у якості обчислювального елемента, а мікроконтролер ATmega16U2 використано для перетворення інтерфейсів зв'язку. Застосування цього пристрою розробки зумовлене:

- відсутністю необхідності налагодження взаємодії обчислювального мікроконтролера з мікроконтролером для перетворення інтерфейсів;
- наявністю вбудованої системи захисту від короткого замикання та перевантаження USB-порту;
- наявністю вбудованих гнізд для USB type B та живлення і вбудованої системи перемикання джерела живлення плати;
- можливістю масштабування кінцевого пристрою платами розширення, а також, підключення до інших зовнішніх компонентів паралельно з

підключенням до комп'ютера (загалом до 4 підключень через послідовний інтерфейс);

- відсутністю необхідності використання зовнішнього програматора;
- можливістю програмування мікроконтролера засобами мови високого рівня C/C++ (за рахунок наявності відповідного компілятора з мови високого рівня) у вільно доступному середовищі розробки Arduino IDE з вбудованими бібліотеками функцій та класів для спрощення та оптимізації процесу програмування мікроконтролера;
- можливістю in-house розробки – весь цикл розробки може бути реалізований на одному робочому місці.

На рисунку 4.20 наведена електрична принципова схема апаратної частини спеціалізованого процесора для ТСВП, побудована на основі схеми пристрою розробки Arduino Mega 2560 Rev3 [115]. Перелік елементів схеми на рисунку 4.20 наведено у таблиці В.1 додатку В.

Розробка використовується як пристрій у складі розподілених комп'ютерних систем для обробки даних з метою аналізу їх спектрально-часових характеристик на основі ТСВП, ущільнення та очищення від шуму за допомогою техніки «м'якого» порогу [22, 68].

Апаратна частина спеціалізованого процесора (далі – пристрій) працює під керуванням програми, написаної засобами Arduino IDE мовою високого рівня C/C++. Пристрій здійснює обробку блоків даних, довжина яких може приймати значення: 3, 9, 27, 81, 243. Перед початком сеансу інфообміну, пристрою необхідно передати інформацію про тип перетворення (пряме чи обернене) та довжину блоку даних. Вхідні дані з комп'ютера подаються у форматі Q15 [1]. Вихідні дані подаються у форматі Q31 [1], що зумовлено нарощуванням значень коефіцієнтів апроксимації, у порівнянні з вихідними даними. Передбачена, також, можливість подання вхідних даних у форматі Q31, яка, однак, допускається виключно у випадку обчислення оберненого ТСВП даних, які попередньо були отримані за допомогою цього ж пристрою на основі прямого перетворення. Встановлена швидкість інфообміну 9600 біт/с.

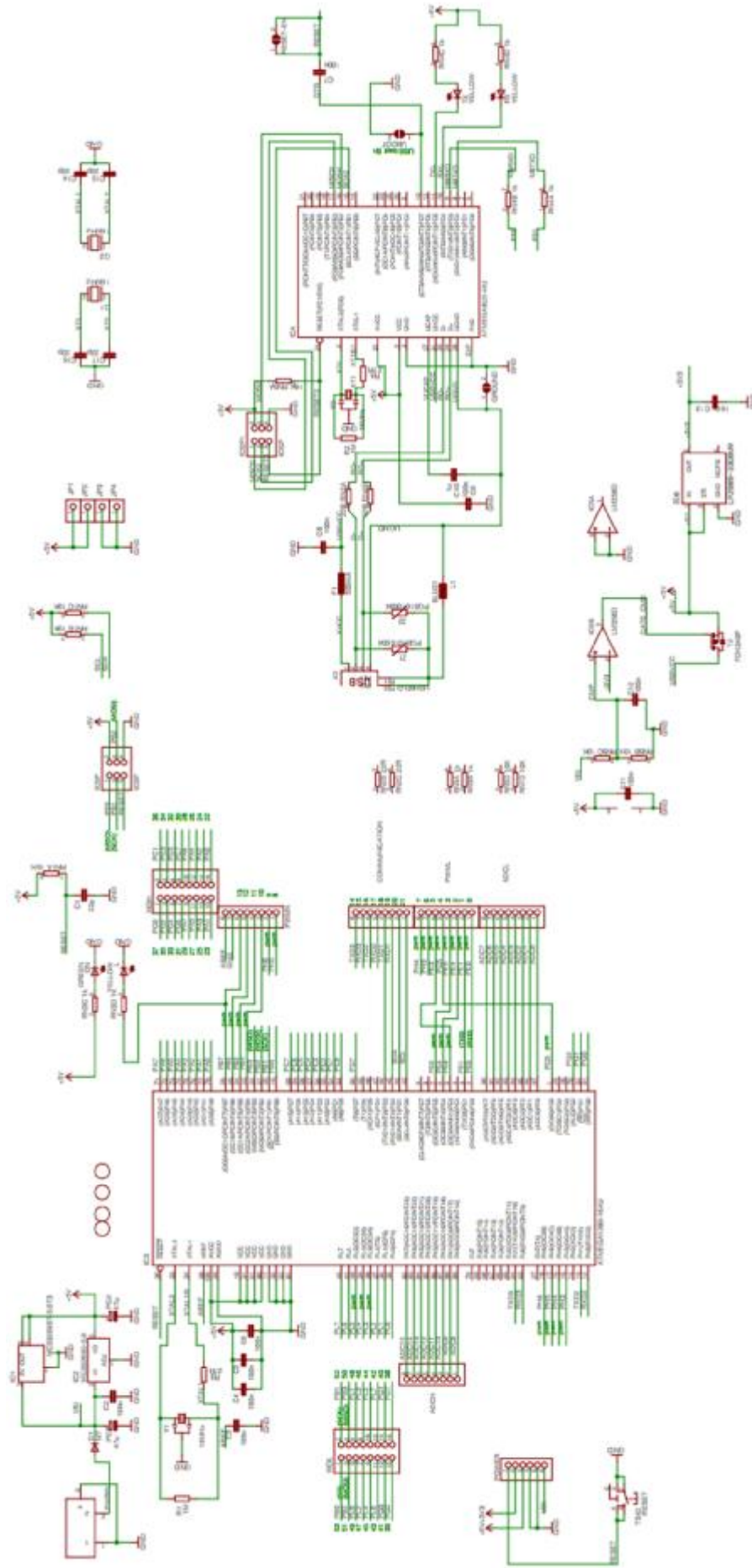


Рисунок 4.20 – Схема електрична принципова апаратної частини спеціалізованого процесора для дискретного ТСВП

На рисунку 4.21 зображено загальний вигляд апаратної частини спеціалізованого процесора для дискретного ТСВП.

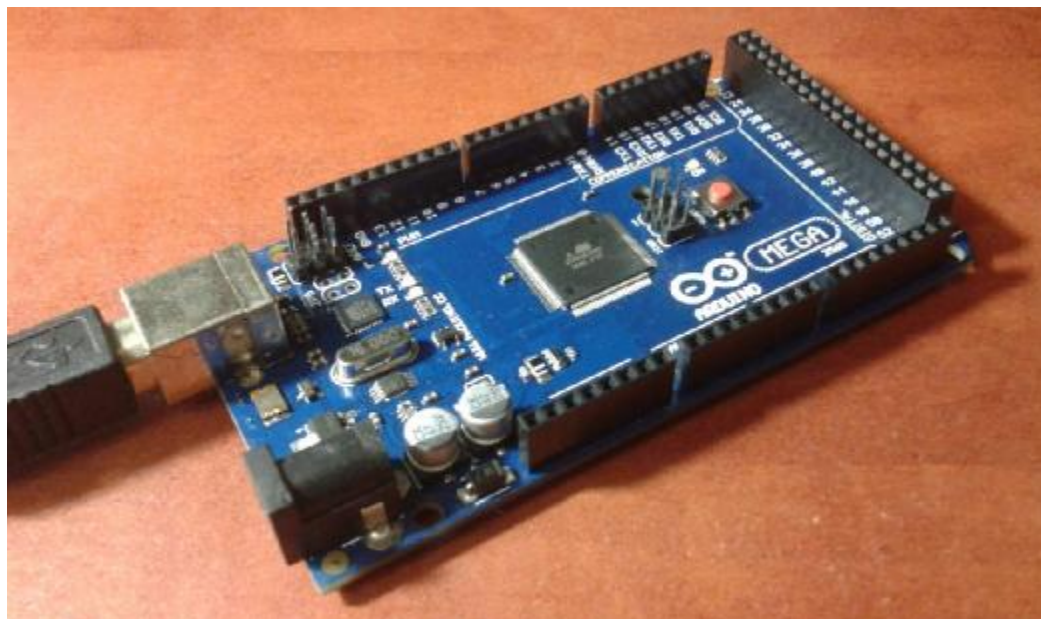


Рисунок 4.21 – Загальний вигляд апаратної частини спеціалізованого процесора для дискретного ТСВП

Для забезпечення взаємодії розробленого пристрою ТСВП з комп'ютером та управління перебігом процесу обробки даних, автором розроблено програмний засіб «Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer», написаний мовою програмування C#. Вікно інтерфейсу програмного засобу зображене на рисунку 4.22.

Після завантаження програмного засобу необхідно отримати список доступних на комп'ютері COM-портів за допомогою кнопки «Get Ports». Отриманий список відобразиться у випадному списку «Port list», за допомогою якого необхідно вибрати порт, до якого підключений засіб ТСВП. Натисканням кнопки «Assign Port» (яка після заповнення списку портів стає активною) програма встановлює з'єднання з обраним портом. Кнопки «Set Source File» та «Set Destination File» викликають системні діалоги вибору, відповідно, файлу з вхідними даними та файлу, у який будуть записані результати роботи засобу. Лише після вибору файлів для читання/запису та встановлення з'єднання з портом, кнопка «Transform» стає активною. Після вибору типу перетворення за

допомогою відповідних перемикачів, натисканням кнопки «Transform» запускаються процеси інфообміну між комп'ютером та апаратною частиною спеціалізованого процесора, а також, відповідні обчислювальні процеси. Про успішне завершення обчислень та отримання коефіцієнтів перетворення програма проінформує користувача за допомогою вікна повідомлення. Перебіг процесу перетворення та результати дій користувача відображаються у текстовому полі «System messages» за допомогою відповідних текстових повідомлень.

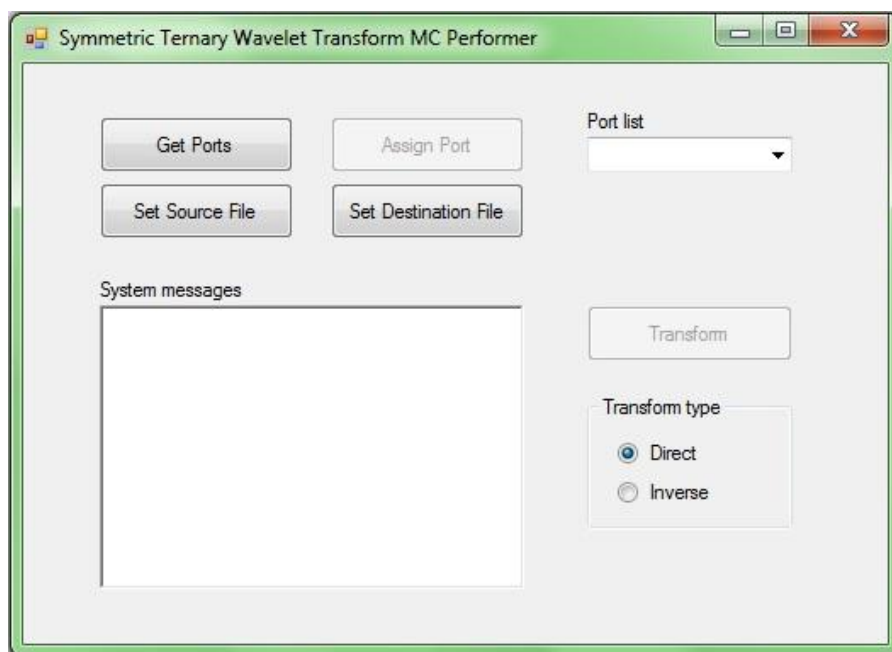


Рисунок 4.22 – Інтерфейс програмного засобу «Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer»

Необхідно зазначити, що програма працює виключно із файлами у форматі *.csv (comma separated values), що забезпечує простоту представлення вхідних даних та результатів роботи, а також, спрощує процедури формування вхідного блоку даних та подальшої обробки результатів, оскільки, цей формат підтримується більшістю табличних редакторів та засобів комп'ютерної математики незалежно від платформи операційної системи. При формуванні файлу із вхідними даними необхідно у першому рядку файлу записати довжину блоку даних, а у наступних рядках – безпосередньо дані (у відповідному форматі) по одному значенню на рядок. Файл із результатами роботи пристрою

формується програмою аналогічним чином. У процесі написання програми для роботи із *.csv-файлами використано відповідний набір класів, який знаходиться у відкритому доступі згідно ліцензії Code Project Open License (CPOLE) [116].

Відповідно до розроблених та впроваджених принципів роботи апаратної та програмної частин спеціалізованого процесора для дискретного ТСВП, його функціонування характеризується наступною послідовністю кроків, а блок-схема відповідного алгоритму функціонування зображена на рисунку 4.23:

- 1) підключення апаратної частини (далі – пристрій) до комп'ютера (комп'ютерної системи) та запуск на відповідному комп'ютері програмної частини для забезпечення зв'язку (далі – програма);
- 2) встановлення зв'язку програми з СОМ-портом, до якого операційна система комп'ютера встановила підключення пристрою;
- 3) вибір файлів для зчитування вхідних даних та збереження результатів роботи пристрою;
- 4) вибір типу перетворення (пряме/обернене);
- 5) запуск процесу перетворення;
- 6) зчитування програмою значення довжини блоку вхідних даних;
- 7) зчитування програмою блоку вхідних даних;
- 8) інфообмін про тип перетворення та довжину блоку вхідних даних через встановлене з'єднання, що виводить пристрій зі стану очікування;
- 9) після отримання підтвердження про прийняття пристроєм даних про тип перетворення та довжину блоку вхідних даних програма генерує потік вхідних даних і передає їх на пристрій, який знаходиться в стані очікування надходження вхідних даних;
- 10) після отримання блоку вхідних даних пристрій надсилає підтвердження про їх прийняття, чим переводить програму в стан очікування надходження блоку результатів перетворення;
- 11) пристрій реалізує перетворення одержаних даних у відповідності до отриманої інформації про тип перетворення та генерує потік результатів перетворення;

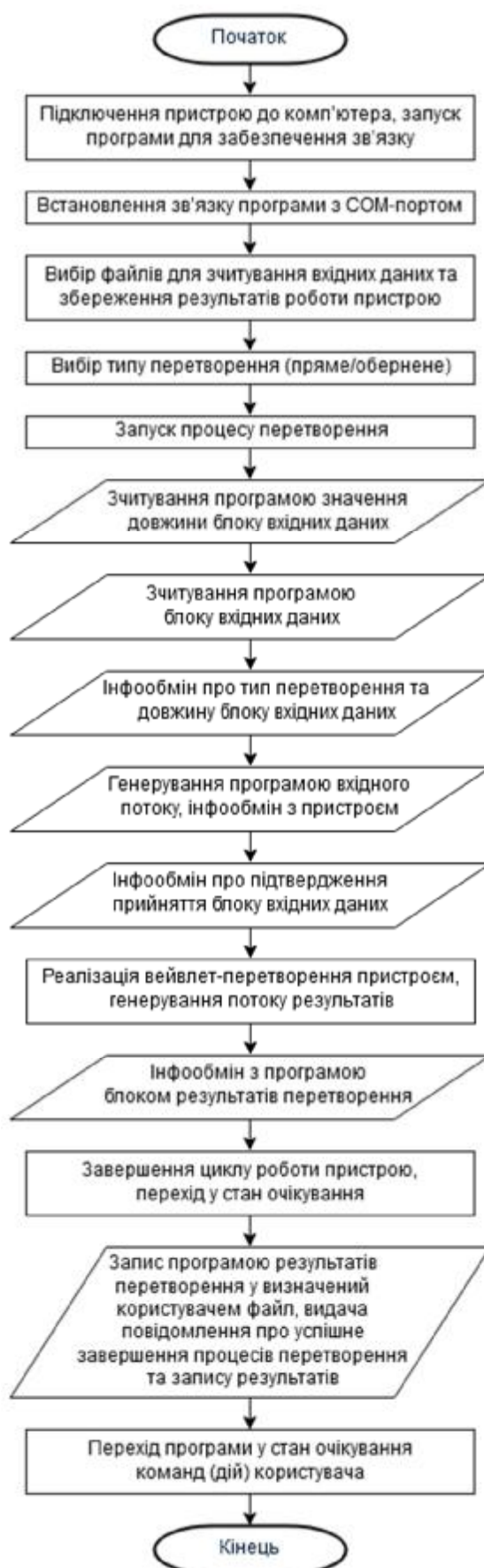


Рисунок 4.23 – Блок-схема алгоритму функціонування апаратно-програмного спеціалізованого процесора для дискретного ТСВП

- 12) пристрій передає потік результатів перетворення, чим виводить програму зі стану очікування;
- 13) після завершення процедури передачі результатів перетворення, пристрій завершує цикл роботи і переходить у стан очікування даних про тип перетворення та довжину блоку вхідних даних;
- 14) після завершення процедури інфообміну та формування результатів перетворення, програма записує отримані результати у визначений користувачем файл і видає повідомлення про успішне завершення процесів перетворення та запису результатів;
- 15) перехід програми у режим очікування команд (дій) користувача.

Розроблений автором апаратно-програмний спеціалізований процесор для дискретного ТСВП забезпечує реалізацію повного циклу ЦО інформації на основі запропонованого методу. Цим зумовлений подальший аналіз ефективності застосування розробленого засобу в прикладних галузях ЦО інформації.

Висновки до розділу 4

1. Розроблено реалізацію схеми запропонованого у попередніх розділах швидкого алгоритму ТСОП за допомогою спеціальних операційних блоків. На основі запропонованих операційних блоків розроблено та здійснено моделювання спеціалізованого процесора для ТСОП на основі ПЛІС. Результати моделювання вказали на коректність та масштабованість розробки.

2. Розроблено реалізацію схеми запропонованого у попередніх розділах швидкого алгоритму дискретного ТСВП у фільтровій формі. На основі запропонованої схеми розроблено та реалізовано апаратно-програмний спеціалізований процесор для дискретного ТСВП на основі мікроконтролера і розробленої автором програми «Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer».

3. Запропоновані реалізації спеціалізованих процесорів для ТС перетворень забезпечили можливість експериментальних досліджень ефективності практичного застосування запропонованих методів ЦО інформації для забезпечення процесів зберігання та обробки інформації в комп'ютерних та інформаційно-вимірювальних системах і мережах у подальших розділах.

4. Основні отримані наукові результати опубліковані у фахових виданнях [43, 110, 111] та матеріалах конференцій [109, 112], [117]-[119].

РОЗДІЛ 5

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТА ЗАСОБІВ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

5.1 Ефективність застосування методів та засобів трійкового симетричного ортогонального перетворення

5.1.1 Оцінка ефективності застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення для цифрової обробки інформації

З метою визначення ефективності застосування запропонованого ТСОП (2.45) здійснено оцінку та порівняльний аналіз із перетвореннями Уолша-Адамара та Хаара за такими критеріями:

- операційна складність перетворення;
- ступінь декореляції елементів вхідного вектора η (1.41);
- зменшення середніх затрат бітів на один елемент перетворення MRB (1.42);
- середньоквадратична похибка відновлення даних за частиною коефіцієнтів перетворення MSE (1.44);
- відношення похибок відновлення при імпульсно-кодовій модуляції та кодуванні на основі перетворення G_{TC} (1.46).

Дослідження перетворення здійснено на моделі вхідного одновимірного інформаційного потоку (1.39), яка застосовується для дослідження та визначення ефективності ОП [5, 49] та охарактеризована у попередніх розділах.

За критерієм операційної складності оцінюють швидкодію ОП незалежно від апаратної реалізації і здійснюється за кожним типом операцій окремо [5, 24, 55, 71, 100]. За цим критерієм перетворення є більш ефективним у порівнянні з іншими, якщо воно володіє меншою операційною складністю за певним типом операцій. У ЦО інформації операційну складність характеризують функціями (аналітичними виразами) від розміру вхідного вектора N [5, 24, 55, 71, 100].

Порівняння за критерієм операційної складності проведено між перетворенням (2.45) (Ter) та ОП Уолша-Адамара (Wal) (з метою спрощення запису у подальших викладках вказане як перетворення Уолша аналогічно до [120]) і Хаара (Har). Результати порівняння ефективності за критерієм операційної складності наведено у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Операційна складність ОП за типами арифметичних операцій

Швидке перетворення	Операційна складність за типами арифметичних операцій	
	Додавання/віднімання	Множення на константу
Уолша	$N \log_2 N$	N (з урахуванням множення на $1/N$)
Хаара	$2(N-1)$	N
Трійкове симетричне	$N - 1 + \frac{4}{3} N \log_3 N$	N

Із результатів, наведених у таблиці 5.1 випливає, що за складністю відносно операції множення на константу, проаналізовані перетворення володіють однаковою ефективністю. Тому детальному аналізу підлягає складність відносно операцій додавання/віднімання (табл. 5.1).

З графіків, наведених на рисунку 5.1, випливає, що ТСОП (2.45) (Ter) володіє вищою операційною складністю за операціями додавання/віднімання у порівнянні з перетворенням Хаара (Har) (в середньому на 156%) та перетворенням Уолша (Wal) при $N < 81$ (в середньому на 9%), але нижчою, у порівнянні з останнім, при $N \geq 81$ (в середньому на 4,5%). Це означає, що, у загальному випадку, запропоноване перетворення (2.45) у заданому вигляді рекомендоване до використання у системах ЦО інформації, у яких швидкодія функціонування не є першочерговим пріоритетом. Якщо швидкодія є пріоритетним напрямом оптимізації системи, то ефективність застосування

перетворення (2.45) для такої системи потребує додаткового оптимізаційного дослідження, яке вкаже на фактичні переваги застосування перетворення (2.45) у цій системі. Винятком із загальних рекомендацій, у випадку пріоритету швидкодії, є системи, у яких на основі перетворення Уолша опрацьовують послідовності даних довжиною >64 відліків, оскільки, застосування перетворення (2.45) у таких системах збільшує швидкість їх функціонування.

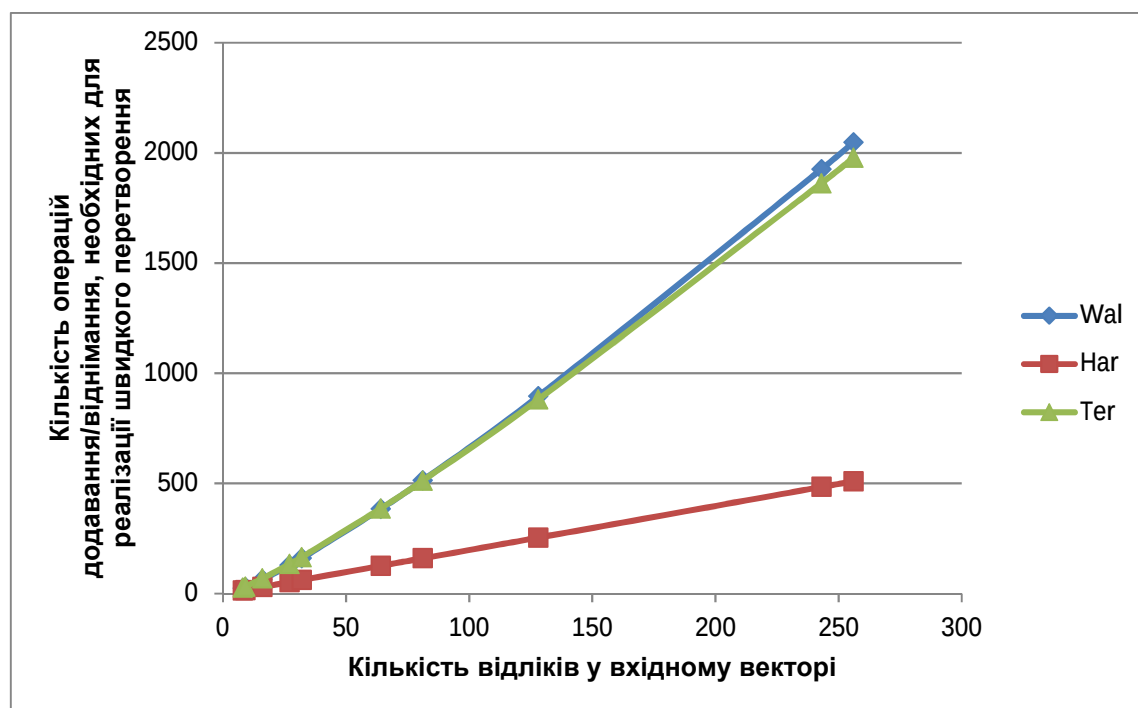


Рисунок 5.1 – Графіки кількості операцій додавання/віднімання, які забезпечуються ОП, для різних значень розміру вхідного набору даних N

Оцінювання ефективності застосування запропонованого перетворення з метою декореляції відліків вхідної послідовності даних здійснено на основі показника η (1.41). Результати обчислень ступеня декореляції елементів η (1.41), який забезпечується перетвореннями Уолша (η_{Wal}), Хаара (η_{Har}) та ТСОП (2.45) (η_{Ter}), в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами відліків вхідної послідовності даних на рівні $\rho=0,1$, $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ для розмірів вхідних векторів від $N=8$ до $N=256$ наведено у вигляді графіків на рисунку 5.2.

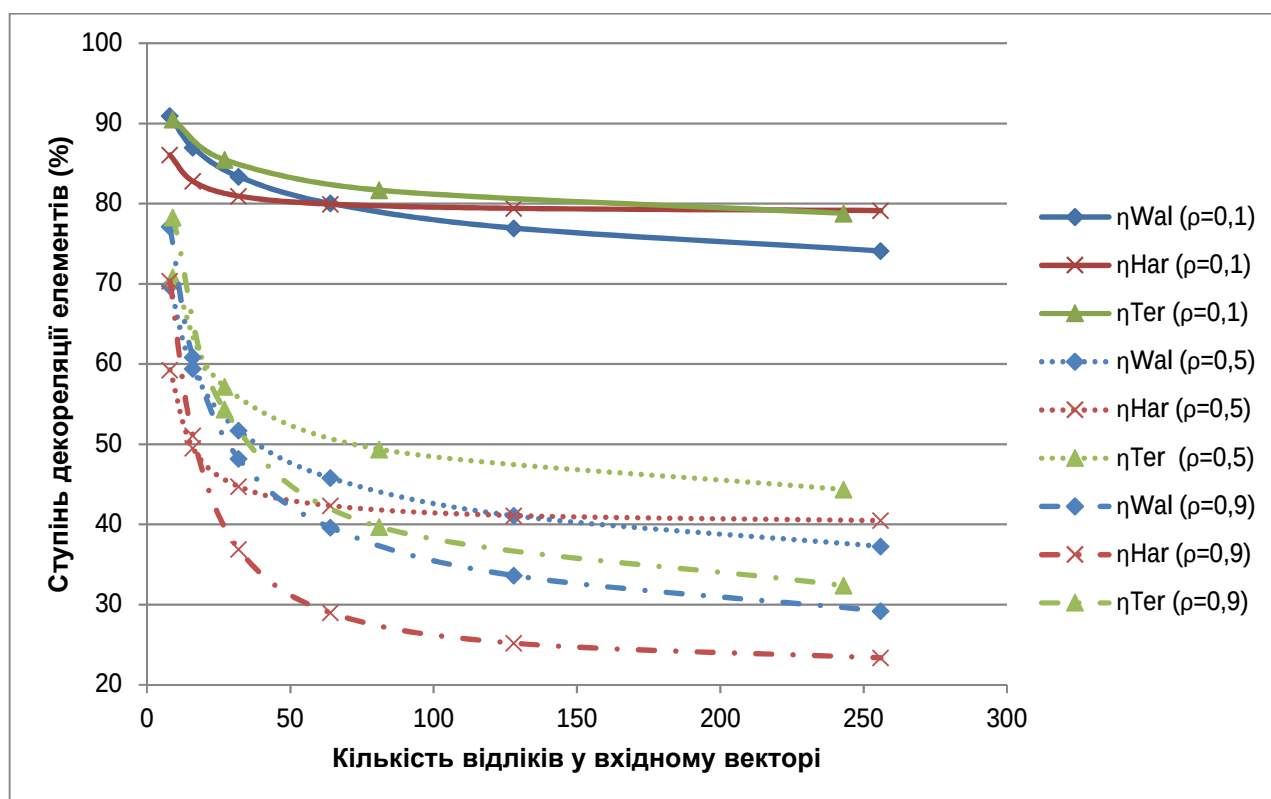


Рисунок 5.2 – Графіки залежності значення ступеня декореляції елементів від кількості відліків вхідної послідовності даних

Результати оцінки переваги запропонованого ТСОП над ОП Уолша та Хаара за критерієм ступеня декореляції елементів вхідної послідовності даних в залежності від рівня їх кореляції наведено у таблиці 5.2 (символ $\uparrow$ означає перевагу ТСОП над заданим перетворенням, а символ $\downarrow$ – протилежну ситуацію).

Таблиця 5.2 – Перевага ТСОП над перетвореннями Уолша та Хаара за критерієм ступеня декореляції елементів вхідної послідовності даних

Рівень кореляції між відліками вхідної послідовності	Перевага ТСОП над перетворенням, %	
	Уолша	Хаара
Низький	$\uparrow$ 5,38	$\uparrow$ 7,16
Середній	$\uparrow$ 10,36	$\uparrow$ 19,22
Високий	$\uparrow$ 9,24	$\uparrow$ 30,83

У випадку узагальнення одержаних за критерієм (1.41) результатів, ТСОП у задачах перетворення даних у слабкокорельовані коефіцієнти володіє вищою на 8,33% ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша та вищою на 19,07% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара.

З метою визначення ефективності застосування перетворення (2.45) у задачах зменшення надлишковості, обчислено теоретичну границю зменшення в результаті перетворення середніх затрат бітів на один елемент MRB (1.42). Результати обчислень показника MRB (1.42), який забезпечується перетвореннями Уолша ($mrwWal$), Хаара ($mrwHar$) та ТСОП ($mrwTer$), в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами відліків вхідної послідовності даних на рівні $\rho=0,1$, $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ для розмірів вхідних векторів від $N=8$ до $N=256$ наведено у вигляді відповідних графіків на рисунках 5.3-5.5.

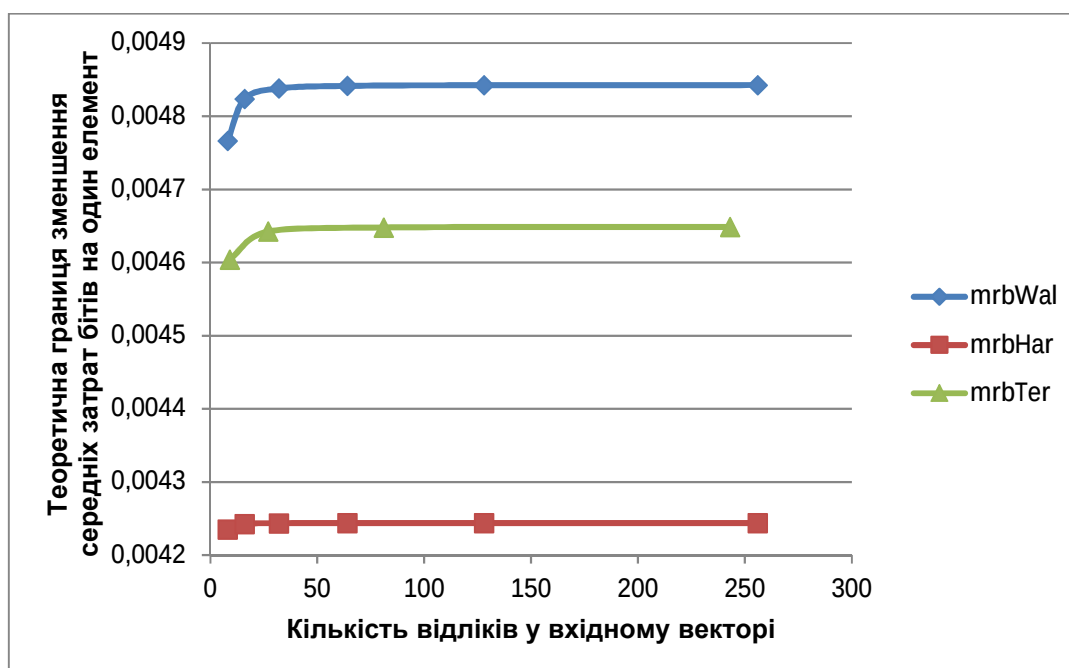


Рисунок 5.3 – Графіки залежності значення теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент від кількості відліків вхідної послідовності даних при $\rho=0,1$

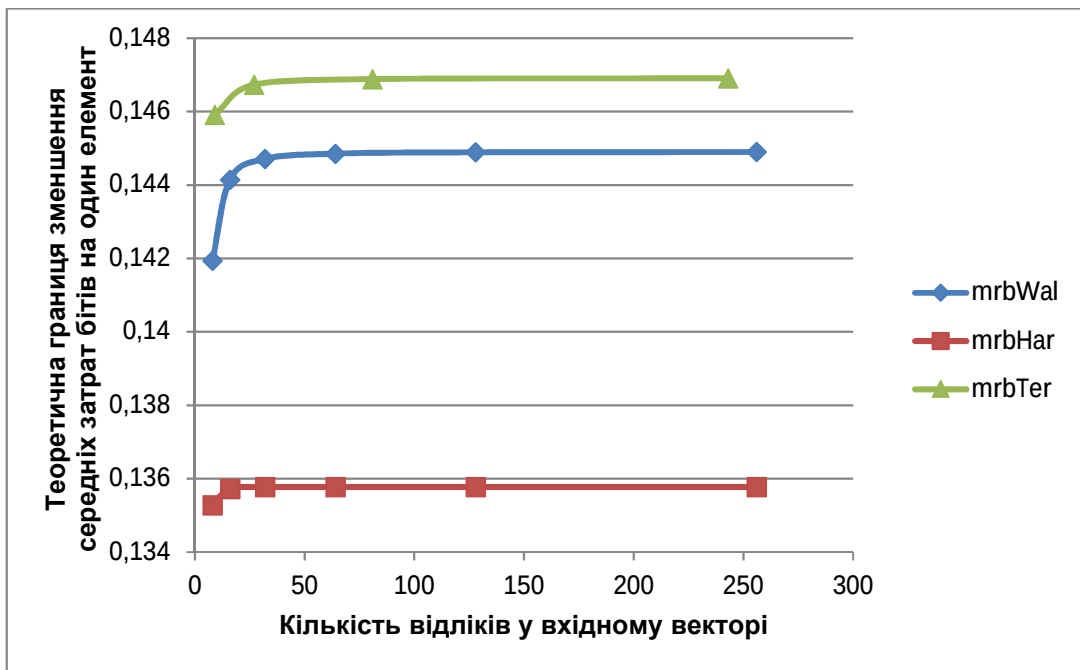


Рисунок 5.4 – Графіки залежності значення теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент від кількості відліків вхідної послідовності даних при $\rho=0,5$

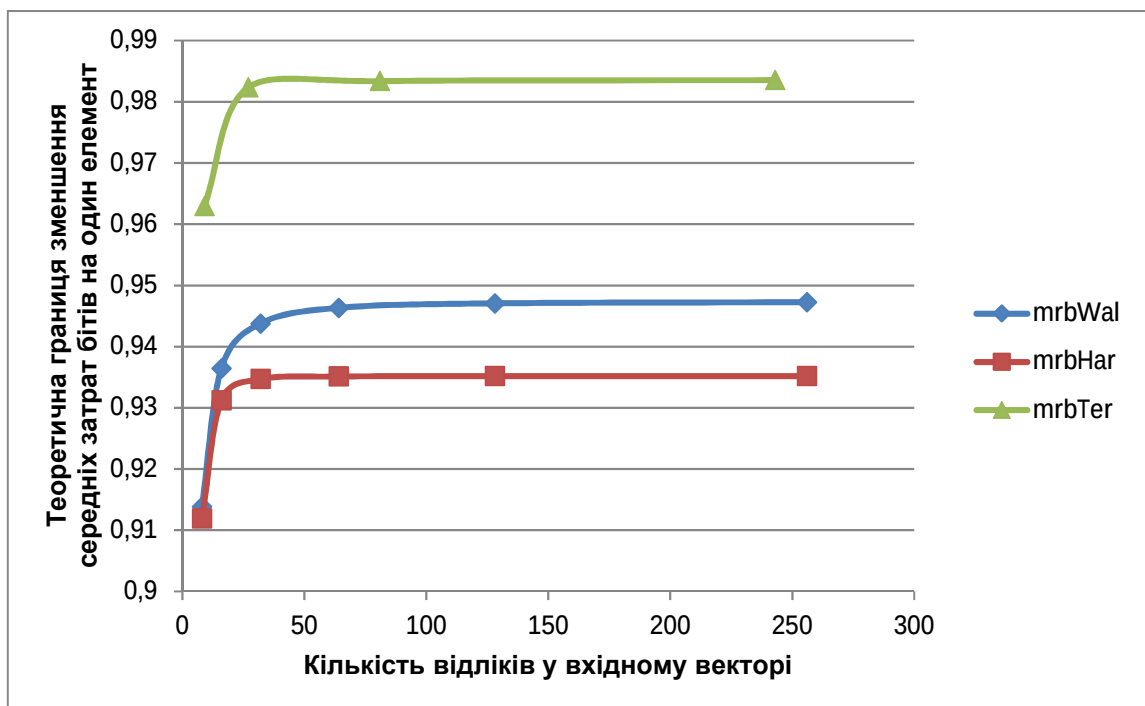


Рисунок 5.5 – Графіки залежності значення теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент від кількості відліків вхідної послідовності даних при $\rho=0,9$

Результати оцінки переваги запропонованого ТСОП над ОП Уолша та Хаара за критерієм теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент вхідної послідовності даних в залежності від рівня їх кореляції наведено у таблиці 5.3 (символ $\uparrow$ означає перевагу ТСОП над заданим перетворенням, а символ $\downarrow$ – протилежну ситуацію).

Таблиця 5.3 – Перевага ТСОП над перетвореннями Уолша та Хаара за критерієм теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент вхідної послідовності даних

Рівень кореляції між відліками вхідної послідовності	Перевага ТСОП над перетворенням, %	
	Уолша	Хаара
Низький	$\downarrow$ 2,27	$\uparrow$ 9,08
Середній	$\uparrow$ 1,62	$\uparrow$ 8,04
Високий	$\uparrow$ 3,89	$\uparrow$ 6,12

У випадку узагальнення одержаних за критерієм (1.42), перетворення (2.45) у задачах зменшення надлишковості сигналів володіє вищою на 1,08% ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша та вищою на 7,75% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара.

З метою визначення ефективності застосування перетворення (2.45) у задачах відновлення даних за частиною коефіцієнтів, здійснено дослідження середньоквадратичної похибки (1.44) відновлення даних за частиною коефіцієнтів при використанні перетворень Уолша (mse_{Wal}), Хаара (mse_{Har}) та перетворення (2.45) (mse_{Ter}). Для оцінки одержаних результатів обчислено відношення одержаних значень похибок $k_{MSETW} = mse_{Ter} / mse_{Wal}$ та $k_{MSETH} = mse_{Ter} / mse_{Har}$. На рисунках 5.6-5.8 наведено графіки відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} в залежності від числа залишених коефіцієнтів перетворення при довжині вхідного набору даних $N=243$ для коефіцієнтів кореляції ρ між сусідніми елементами на рівні $\rho=0,1$, $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ відповідно.

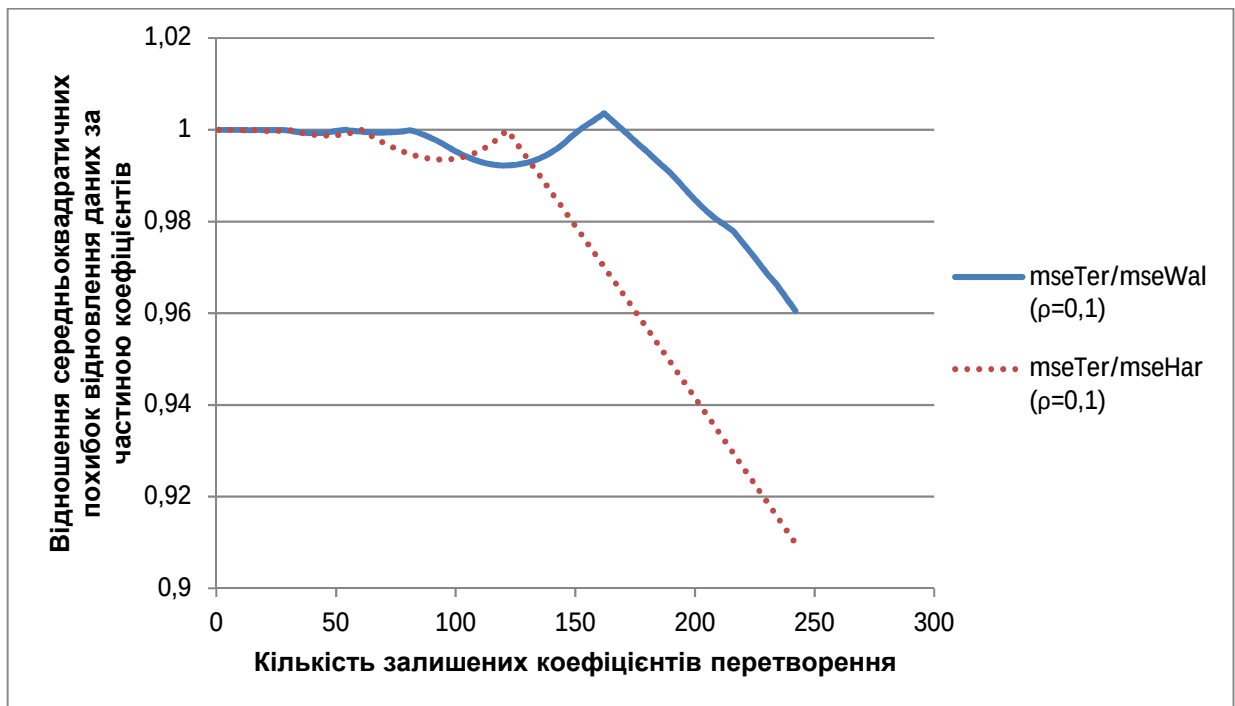


Рисунок 5.6 – Графіки залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від кількості залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,1$

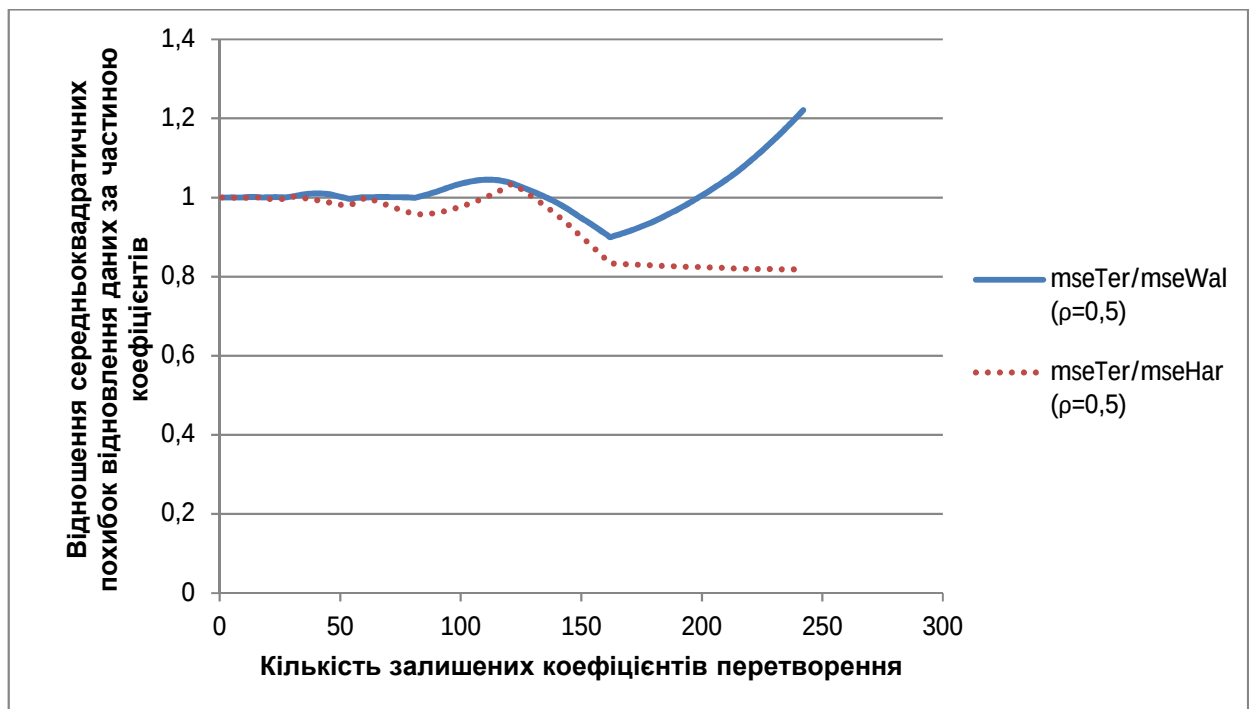


Рисунок 5.7 – Графіки залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від кількості залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,5$

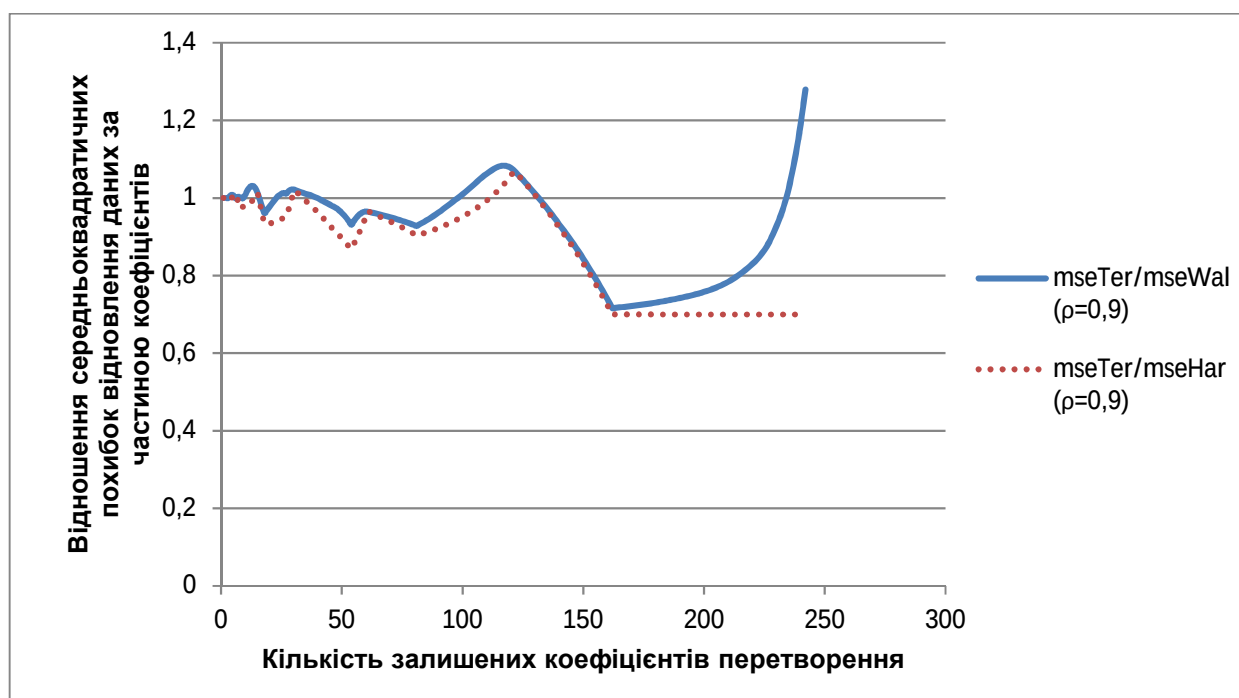


Рисунок 5.8 – Графіки залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від кількості залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,9$

На основі аналізу результатів обчислення відношень k_{MSETW} і k_{MSETH} (рис. 5.6-5.8) встановлено, що перетворення (2.45) за критерієм (1.44) у випадку слабкокорельованих сигналів має перевагу над перетворенням Уолша до 0,76% при фіксованій (33÷62%) кількості коефіцієнтів ОП для відновлення даних та до 3,95% при фіксованій на рівні 70÷99% кількості коефіцієнтів, а над перетворенням Хаара до 0,65% при фіксованій (25÷50%) кількості коефіцієнтів ОП та до 9,02% при фіксованій на рівні 50÷99% кількості коефіцієнтів.

У випадку сигналів із середнім рівнем кореляції перевага перетворення (2.45) за критерієм (1.44) над перетворенням Уолша складає до 10,02% при фіксованій (55÷81%) кількості коефіцієнтів ОП для відновлення даних, а над перетворенням Хаара до 4,28% при фіксованій (25÷45%) кількості коефіцієнтів ОП та до 18,17% при фіксованій на рівні 54÷99% кількості коефіцієнтів.

У випадку сильнокорельованих сигналів перетворення (2.45) за критерієм (1.44) має перевагу над перетворенням Уолша до 7,2% при фіксованій (16÷40%) кількості коефіцієнтів ОП для відновлення даних та до 28,37% при

фіксованій на рівні 54÷96% кількості коефіцієнтів, а над перетворенням Хаара до 6,56% при фіксованій (7÷12%) кількості коефіцієнтів ОП, до 13,06% при 14÷46% та до 30,02% при фіксованій на рівні 54÷99% кількості коефіцієнтів.

У випадку узагальнення одержаних за критерієм (1.44) результатів, перетворення (2.45) у задачах ущільнення даних шляхом відкидання частини коефіцієнтів ОП забезпечує вищу на 2,51% якість відновленої за частиною коефіцієнтів інформації у порівнянні з перетворенням Уолша та вищу на 7,86% якість у порівнянні з перетворенням Хаара.

З метою визначення ефективності кодування на основі перетворення (2.45) у порівнянні з імпульсно-ковою модуляцією (із застосуванням методу квантування Ллойда-Макса) обчислено відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодовій модуляції та кодуванні на основі перетворення (1.46). Результати обчислень показника G_{TC} (1.46), який забезпечується перетвореннями Уолша (G_{tcWal}), Хаара (G_{tcHar}) та ТСОП (G_{tcTer}), в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами відліків вхідної послідовності даних на рівні $\rho=0,1$, $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ для розмірів вхідних векторів від $N=8$ до $N=256$ наведено у вигляді відповідних графіків на рисунках 5.9-5.11.

Результати оцінки переваги запропонованого ТСОП над ОП Уолша та Хаара за критерієм відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодовій модуляції та кодуванні на основі перетворення вхідної послідовності даних в залежності від рівня їх кореляції наведено у таблиці 5.4 (символ $\uparrow$ означає перевагу ТСОП над заданим перетворенням, а символ $\downarrow$ – протилежну ситуацію).

У випадку узагальнення одержаних за критерієм (1.46) результатів, перетворення (2.45) у задачах кодування на основі перетворення володіє вищою на 1,28% ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша та вищою на 2,28% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара.

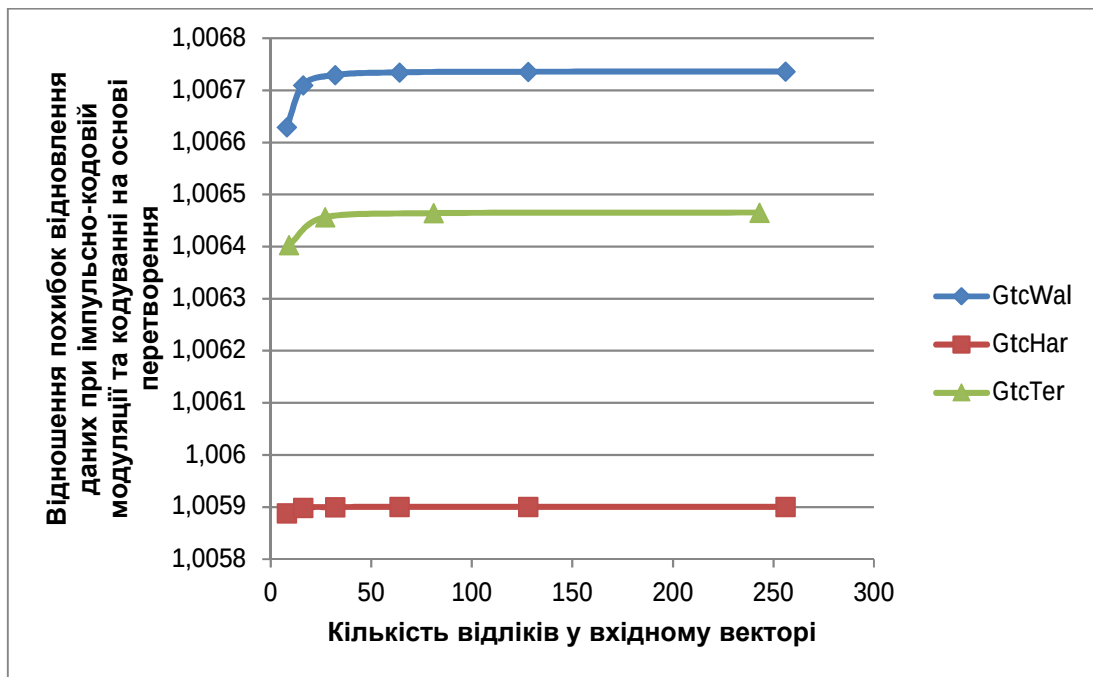


Рисунок 5.9 – Графіки залежності значення відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодівій модуляції та кодуванні на основі перетворення від кількості відліків вхідного набору даних при $\rho=0,1$

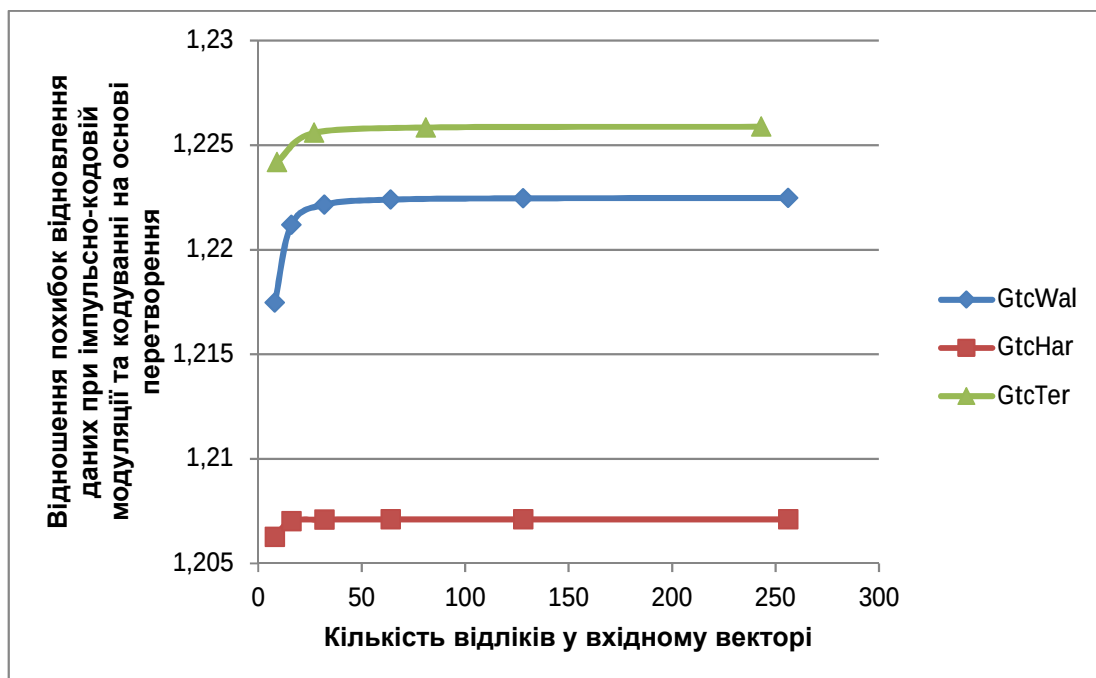


Рисунок 5.10 – Графіки залежності значення відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодівій модуляції та кодуванні на основі перетворення від кількості відліків вхідного набору даних при $\rho=0,5$

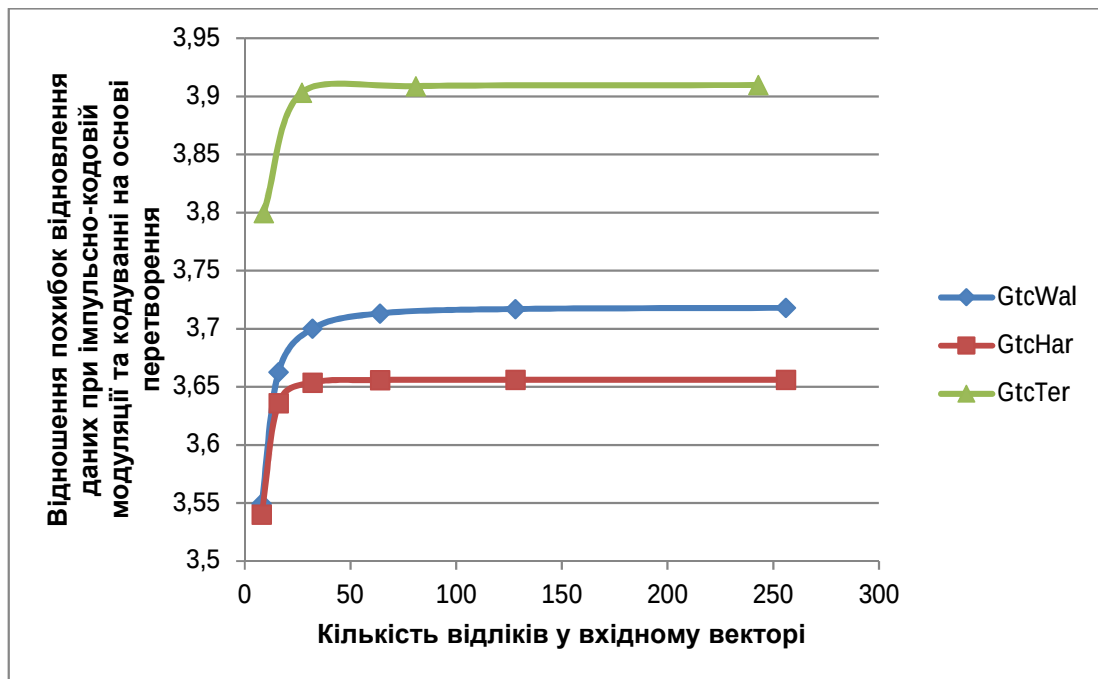


Рисунок 5.11 – Графіки залежності значення відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодівій модуляції та кодуванні на основі перетворення від кількості відліків вхідного набору даних при $\rho=0,9$

Таблиця 5.4 – Перевага ТСОП над перетвореннями Уолша та Хаара за критерієм відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодівій модуляції та кодуванні на основі перетворення вхідної послідовності даних

Рівень кореляції між відліками вхідної послідовності	Перевага ТСОП над перетворенням, %	
	Уолша	Хаара
Низький	↓ 0,04	↑ 0,26
Середній	↑ 0,41	↑ 1,59
Високий	↑ 3,47	↑ 5,00

Дослідження ефективності застосування ТСОП у системах ЦО інформації довели перевагу застосування запропонованого методу перетворення у порівнянні з перетвореннями Уолша та Хаара для зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних. Зокрема, у системах, у яких пріоритетним завданням є ущільнення даних, застосування перетворення (2.45) забезпечило перетворення

вхідних даних у менш корельовані (у межах $10 \div 30\%$) коефіцієнти у порівнянні з перетвореннями Уолша та Хаара. Це забезпечило зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних до 3% (у порівнянні з перетвореннями Уолша та Хаара) у залежності від значень і довжини послідовності вхідних даних та граничного значення допустимої похибки відновлення даних.

У системах з ущільненням даних на рівні бітів перевага застосування перетворення (2.45) для зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних у порівнянні з перетвореннями Уолша та Хаара склала $4 \div 6,5\%$ в залежності від ступеня взаємної кореляції вхідних даних та довжини їх послідовності.

У системах з оптимізацією кодування даних при збереженні та пересиланні каналами зв'язку, застосування перетворення (2.45) підвищило ефективність пакування даних до $2 \div 5\%$ у порівнянні з перетвореннями Уолша і Хаара та забезпечило відповідне зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних.

При цьому, при ущільненні даних, застосування перетворення (2.45) забезпечило зменшення похибки відновлення даних на $2 \div 7\%$ при відкиданні $50 \div 75\%$ коефіцієнтів перетворення та на $5 \div 30\%$ при відкиданні $< 50\%$ коефіцієнтів перетворення залежно від ступеня взаємної кореляції вхідних даних.

Однак, застосування перетворення (2.45) рекомендоване у системах ЦО інформації, у яких швидкодія функціонування не є першочерговим пріоритетом. У випадку, коли швидкодія є пріоритетним напрямом оптимізації системи, ефективність застосування перетворення (2.45) для такої системи потребує додаткового оптимізаційного дослідження для обґрунтування переваги застосування перетворення (2.45).

5.1.2 Оцінка ефективності застосування спеціалізованого процесора для швидкого трійкового симетричного ортогонального перетворення

У задачах ЦО інформації, послідовності даних розглядають як випадкові величини [1]-[3], [52]. Відповідно, у задачах ущільнення даних істотним є те, на

скільки розподіл цих випадкових величин відрізняється від рівномірного, оскільки, при рівномірному розподілі, ущільнення даних у межах допустимих для ЦО інформації значень похибок відновлення можливе, у загальному випадку, виключно шляхом застосування алгоритмів архівації [1]-[4], [52, 96]. Недоліком такого підходу є те, що ущільнені таким чином дані не піддаються подальшому аналізу їх характеристик та особливостей, а призначені виключно для зберігання [1]-[4], [52, 96]. Водночас, ОП та ВП забезпечують декореляцію даних, чим зменшується ступінь подібності розподілу випадкових величин, якими приймаються дані, до рівномірного, що уможливорює ущільнення даних без втрати можливості подальшого аналізу їх характеристик та особливостей [2]-[4], [52, 121].

Результати досліджень ефективності ТСОП за критерієм (1.41) (рис. 5.2) вказали на залежність ступеня декореляції від довжини вхідного вектора, причому, спостерігається зниження значень показника ступеня декореляції зі збільшенням довжини вхідного вектора. У зв'язку з цим, у системах ЦО інформації застосовуються ОП невеликого ($N < 10$) числа відліків вхідних даних [2, 3, 52], [121]-[123]. Цим, також, пояснюється розмір вхідного набору даних для більшості засобів ОП Уолша та Хаара, який становить $N = 2^3 = 8$ [14, 15, 72, 77], [124]-[126]. Відповідно, для застосування у системах ЦО інформації запропоновано засіб швидкого ТСОП для розміру вхідного набору даних $N = 3^2 = 9$.

Згідно результатів досліджень ефективності ТСОП за критерієм (1.41) (рис. 5.2) встановлено, що максимальна ефективність запропонованого перетворення у порівнянні з перетвореннями Уолша та Хаара досягається для послідовностей даних із високим рівнем кореляції. У зв'язку з цим, ефективність застосування розробленого автором засобу оцінена для пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу у тому числі комерційних, на газорозподільних пунктах, промислових об'єктах і об'єктах комунального господарства. Характеристики таких пристроїв дозволяють віднести їх до категорії мобільних, особливістю яких є невеликий обсяг пам'яті для зберігання даних, а також, з огляду на однотипність виконуваних операцій, невелика

обчислювальна потужність. Зокрема, оцінено ефективність застосування розробленого засобу ТСОП у якості компонента пристроїв ОЕ-22ЛА та ТЕМР-ОЕ [127]. Повні назви та призначення цих пристроїв наведено у таблиці 5.5.

Таблиця 5.5 – Пристрої обліку та контролю параметрів передачі газу, для яких здійснено оцінку ефективності застосування засобу ТСОП

№	Назва пристрою	Призначення пристрою
1	Обчислювач об'єму газу ОЕ-22ЛА	Вимірювання та облік кількості природного газу в складі одно- або двотрубних вузлів обліку з лічильниками об'єму газу, які мають числоімпульсний вихідний сигнал [128].
2	Лічильник газовий роторний з електронним відліковим пристроєм ТЕМР-ОЕ	Вимірювання об'ємної витрати і об'єму газу за робочих умов [129].

Перелічені пристрої (табл. 5.5) дозволяють архівувати значення показників, які отримані з їх допомогою, та передавати ці значення на вузли контролю (комп'ютер) з метою подальшого аналізу [127]. Для пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу допустима похибка відновлення даних визначена на рівні 5% [130], що встановлює допустимі межі ущільнення даних. При оцінюванні зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних, яке забезпечується ТСОП та ОП Уолша і Хаара, вимірювання похибки відновлення для забезпечення необхідної точності функціонування пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу здійснено за допомогою значень середньої абсолютної похибки у відсотках *MAPE* (mean absolute percentage error) відновлення даних (5.1) [4, 46, 49]

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{|X(i) - X_r(i)|}{X(i)} \times 100\%, \quad (5.1)$$

де N – кількість відліків у вхідному наборі даних X , $X(i)$ – вхідні дані, $X_r(i)$ – відновлені після ущільнення дані.

Для зберігання коефіцієнтів перетворення, одержаних для записів пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу за допомогою засобів ОП, у загальному випадку, необхідно виділяти 4 байти пам'яті. Для зберігання у пам'яті номерів коефіцієнтів, які відкинуто (приймаються рівними нулю) у результаті ущільнення, достатньо виділення 1 байту для кожного номера, у випадку архівів, які містять менше 256 записів (даних) та 2 байтів – для архівів з кількістю записів, яка перевищує 256. Відповідно, кількість байтів, яка необхідна для зберігання N коефіцієнтів ОП, з яких N_Z рівні нулю, обчислюється наступним чином:

$$B_O = 4 \times (N - N_Z) + L \times N_Z, \quad (5.2)$$

де L – кількість байтів, необхідних для зберігання номера відкинутого коефіцієнта.

Ступінь зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних обчислюється за допомогою співвідношення:

$$R_{Dec}^O = \frac{4N - B_O}{4N} \times 100\%. \quad (5.3)$$

Обчислені згідно (5.3) показники ступеня зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, які забезпечені ТСОП (Ter) та ОП Уолша (Wal) і Хаара (Har) у випадку різних архівів пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу наведено у таблиці 5.6.

Результати проведеного аналізу ефективності (табл. 5.6) застосування розробленого автором спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП у якості компонента пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу вказали на зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 44÷66%.

При цьому, застосування ТСОП забезпечує, у порівнянні з ОП Уолша та Хаара, перевагу до 2,5% в залежності від довжини набору даних та рівня їх взаємної кореляції. У випадку пристроїв, для яких здійснювався аналіз, це зумовило відповідне збільшення часу автономного функціонування та підвищення точності обліку, у зв'язку з можливістю зберігання та подальшого аналізу більшої кількості записів роботи пристрою, чим підвищено загальну ефективність функціонування відповідних комп'ютеризованих систем контролю параметрів передачі газу.

Таблиця 5.6 – Показники ступеня зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних пристроями обліку та контролю параметрів передачі газу

№	Шифр пристрою	Тип архіву	Кількість записів у архіві	R_{Dec}^O , %		
				Ter	Wal	Har
1	ОЕ-22ЛА	Хвилинний	760	44,54	44,01	44,01
2		Годинний	1530	44,51	44,02	44,02
3		Добовий	64	66,80	65,63	65,63
4	ТЕМР-ОЕ	Хвилинний	60	66,25	63,75	63,75
5		Годинний	150	67	65,5	65,5
6		Добовий	126	66,07	66,00	66,00
7		Місячний	31	60,48	60,03	63,21

Одержаними результатами аналізу ефективності (табл. 5.6) застосування розробленого автором спеціалізованого процесора для швидкого ТСОП доведена ефективність застосування запропонованого методу ЦО інформації для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, у системах обробки та передачі сильнокорельованих даних.

5.2 Ефективність застосування методів та засобів дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення

5.2.1 Оцінка ефективності застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації

У системах ЦО інформації дискретні ВП застосовують для розв'язання задач виявлення особливостей та характеристик даних, їх ущільнення, очищення від шуму, тощо [4, 21, 22, 51, 65, 68], [86]-[89]. Для оцінки ефективності застосування ВП у розв'язанні конкретних задач використовують ряд критеріїв. За отриманими згідно цих критеріїв результатами, здійснюють вибір оптимального ВП для розв'язання конкретної задачі [4, 21, 22, 51, 65, 68], [86]-[89].

Дослідження ефективності ТСВП за проаналізованими у попередніх розділах критеріями проводилось на множині 34 наборів даних, представлених у вигляді тестових сигналів Matlab (табл. Б.1 додатку Б).

Здійснено дослідження середньоквадратичної похибки (1.43) відновлення даних за частиною коефіцієнтів при застосуванні ВП (3.40) та інших ВП (табл. 3.1). Згідно співвідношення (1.43) обчислені значення похибок відновлення 34 тестових наборів даних (табл. Б.1) з використанням 10%, 5% та 1% коефіцієнтів ВП з таблиці 3.1 та ВП (3.40) (ST) для різних значень кількості рівнів перетворення.

Отримані за критерієм (1.43) результати вказали на перевагу ВП (3.40) над іншими перетвореннями (табл. 3.1), однак, у випадку більшості тестових сигналів, вона збережена лише до певного значення кількості рівнів перетворення. Наприклад, у випадку тестового сигналу *spoislop* (табл. Б.1) при відновленні за 10% коефіцієнтів перевага ВП (3.40) зберігається до 6 рівнів перетворення включно (рис. 5.12).

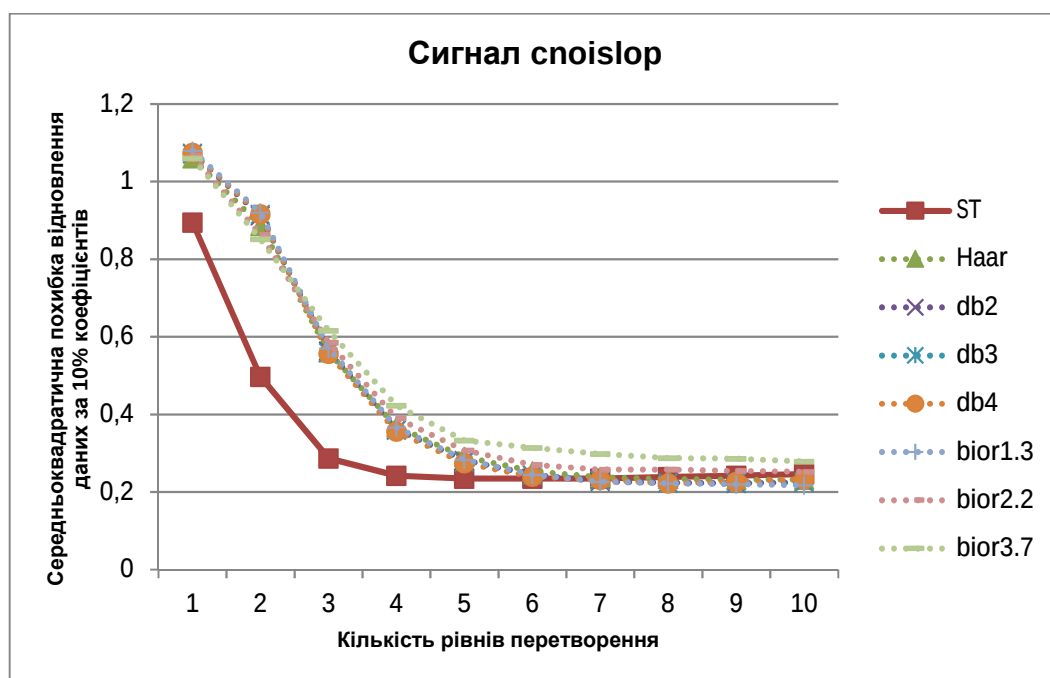


Рисунок 5.12 – Графіки залежності значення середньоквадратичної похибки відновлення тестового сигналу spoislop за 10% коефіцієнтів ВП від кількості рівнів перетворення

Встановлено, що для повної декомпозиції набору даних (кількість апроксимуючих коефіцієнтів досягає мінімального для заданого ВП значення і з кожним наступним рівнем перетворення не зменшується [4, 6, 21, 22, 51]) представленого множиною близько 1000 ± 25 відліків, ВП з таблиці 3.1 необхідно 10 рівнів перетворення, а у випадку перетворення (3.40) – лише 7. Враховуючи, що кількість відліків переважної більшості тестових наборів даних з таблиці Б.1 лежить у цих межах (у т.ч. spoislop), встановлено, що показник у 6 рівнів перетворення вказує на фактично повну перевагу ВП (3.40) у такому випадку, зокрема, якщо додатково врахувати, що при переході з 6 до 7 рівнів перетворення, кількість утворених ТСВП апроксимуючих коефіцієнтів зменшується з 2 до 1.

У зв'язку з наведеним вище, на основі одержаних результатів проаналізовано перевагу ВП (3.40) за критерієм (1.43) відносно кількості рівнів перетворення (рис. 5.13).

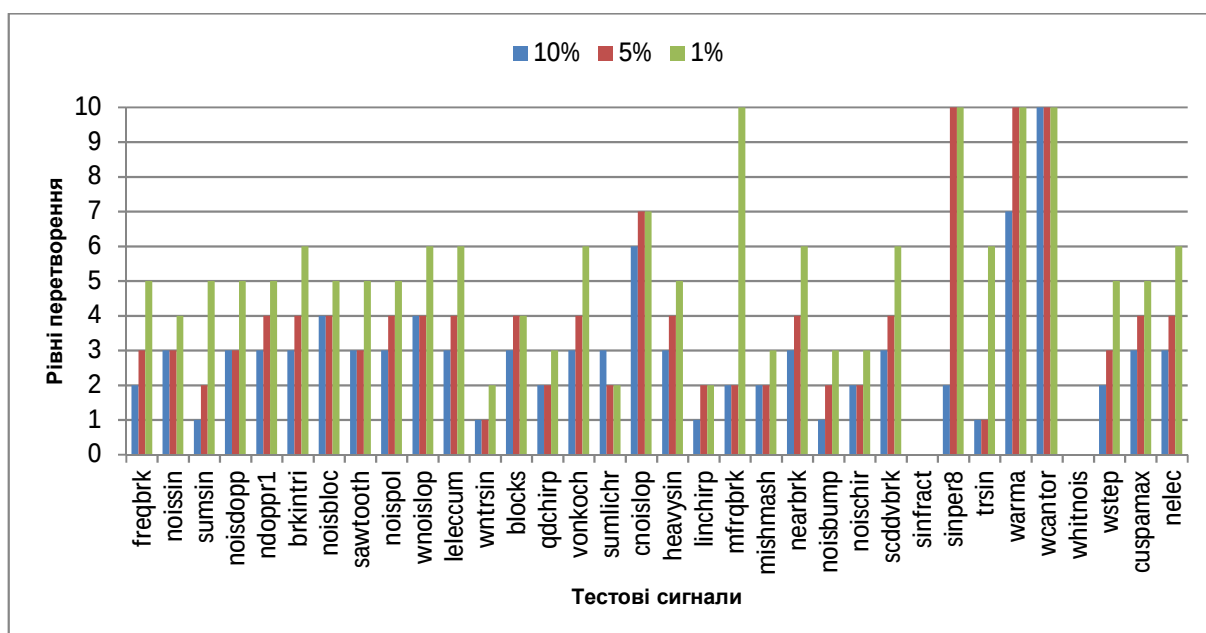


Рисунок 5.13 – Гістограма значень кількості рівнів ВП, при яких дискретне ТСВП має перевагу над іншими за критерієм мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення тестових сигналів за 10%, 5% та 1% коефіцієнтів ВП

З результатів, наведених на рисунку 5.13 випливає, що ВП (3.40) для тестового сигналу *wcantor* (табл. Б.1) забезпечило мінімальну, у порівнянні з іншими ВП (табл. 3.1), похибку відновлення незалежно від кількості залишених коефіцієнтів ВП. Аналогічна перевага збережена для тестових сигналів *sinper8* (табл. Б.1) і *warma* (табл. Б.1) у випадку відновлення за $\leq 5\%$ коефіцієнтів та *mfrqbrk* (табл. Б.1) у випадку відновлення за 1% коефіцієнтів. У випадку сигналів *sinfract* (табл. Б.1) та *whitnois* (табл. Б.1) встановлена перевага усіх ВП з таблиці 3.1 над ВП (3.40), починаючи з першого рівня перетворення для довільної кількості коефіцієнтів відновлення.

У випадку решти тестових сигналів, ВП (3.40) зберегло перевагу над іншими ВП (табл. 3.1) лише до певного значення кількості рівнів перетворення, причому, це значення у 96,5% випадків обернено пропорційне кількості залишених коефіцієнтів відновлення. Для детальшого аналізу переваги ВП (3.40) у випадку таких сигналів, проаналізовано довжини фільтрів ВП з таблиці 3.1 та здійснено їх порівняння з довжиною фільтрів розробленого перетворення (табл. 5.7).

Таблиця 5.7 – Кількість та довжина фільтрів для різних дискретних ВП

Вейвлет	Кількість фільтрів (F)	Довжина фільтра (S)	F·S
ST	3	3	9
haar	2	2	4
db2	2	4	8
db3	2	6	12
db4	2	8	16
bior1.3	2	6	12
bior2.2	2	6	12
bior3.7	2	16	32

За допомогою значень добутку кількості фільтрів ВП на їх довжину (у випадку біортогональних ВП фільтри декомпозиції та відновлення не є дзеркальними, але мають однакову довжину [21, 22, 51]) (табл. 5.7) оцінено швидкодію схем реалізації ВП незалежно від обраного методу швидкого обчислення операції згортки. Встановлено, що незважаючи на наявність трьох фільтрів, ВП (3.40) володіє вищими показниками ефективності за швидкодією, ніж більшість ВП з таблиці 3.1. Подібними показниками ефективності за швидкодією володіє ВП Добеші 2-го порядку (db2). Кращими показниками ефективності за швидкодією у порівнянні з ВП (3.40) володіє лише ВП Хаара.

З урахуванням отриманих показників ефективності за швидкодією, у випадку, наприклад, тестового сигналу spoiler (рис. 5.12) встановлено, що більшість ВП з таблиці 3.1 забезпечують меншу середньоквадратичну похибку відновлення у порівнянні з ВП (3.40) ціною додаткових рівнів перетворення та збільшеною, унаслідок цього, кількістю операцій і, відповідно, нижчою швидкодією функціонування системи ЦО інформації. З урахуванням того, що 6 рівнів ВП (3.40) забезпечують майже повну декомпозицію тестового сигналу spoiler, перевага ВП (3.40) за критерієм (1.43) у порівнянні з іншими (табл. 3.1) є повною. Винятком є системи ЦО інформації з послабленими вимогами до

швидкодії та максимально жорсткими вимогами до точності відновлення сигналів після ущільнення.

Враховуючи вищесказане, для частини тестових сигналів наближено визначена повна перевага ВП (3.40) над іншими (табл. 3.1) за критерієм мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення. При цьому, визначена кількість наборів даних, у відсотках, для яких дискретне ТСВП забезпечило мінімальну середньоквадратичну похибку відновлення (табл. 5.8).

Таблиця 5.8 – Кількість тестових наборів даних, для яких дискретне ТСВП забезпечує мінімальну середньоквадратичну похибку відновлення, %

Частка залишених коефіцієнтів вейвлет-перетворення, %			Всього
10	5	1	
9	12	38	38

У загальному випадку, дискретне ТСВП забезпечило меншу до 70% похибку відновлення даних за частиною коефіцієнтів для 38% протестованих наборів даних.

Здійснено дослідження значень ентропії деталізуючих коефіцієнтів H (1.47) ВП (3.40) та інших ВП (табл. 3.1). Згідно співвідношення (1.47) на основі тестових наборів даних з таблиці Б.1 обчислені значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів ВП з таблиці 3.1 та ВП (3.40) для різних значень кількості рівнів перетворення.

Отримані за критерієм (1.47) результати вказали на перевагу ВП (3.40) над іншими ВП (табл. 3.1), яка збережена лише до певного значення кількості рівнів перетворення. Відповідно, аналогічно до критерію (1.43), проведено аналіз переваги ВП (3.40) за критерієм (1.47) відносно кількості рівнів перетворення (рис. 5.14).

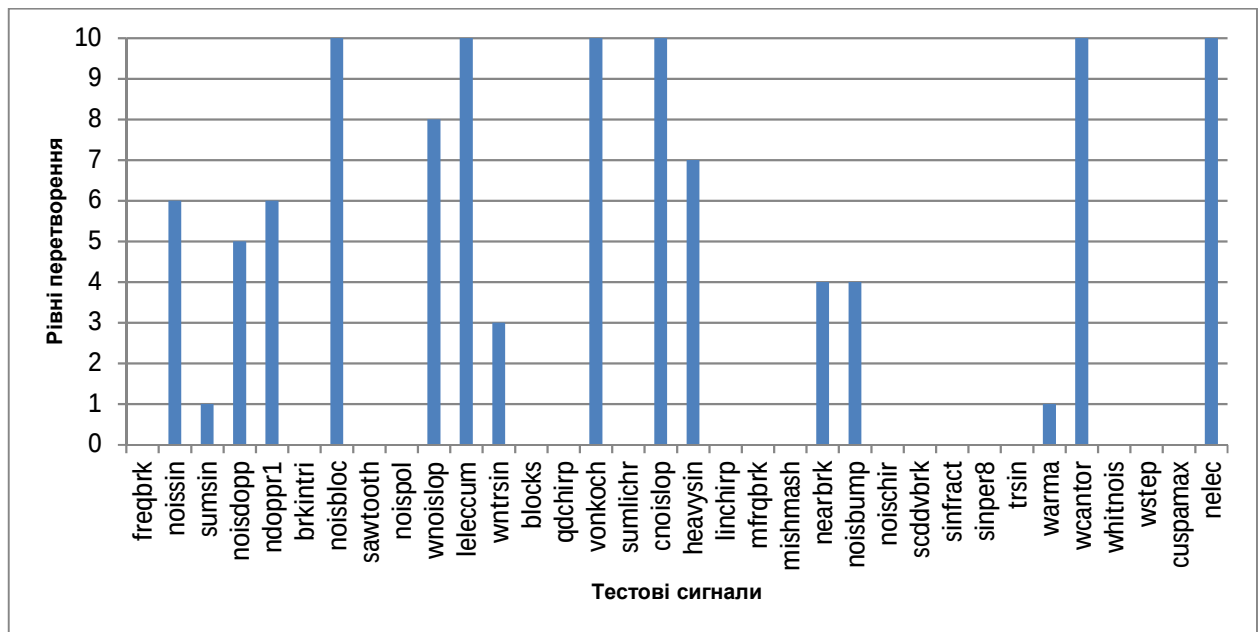


Рисунок 5.14 – Гістограма значень кількості рівнів ВП, при яких дискретне ТСВП має перевагу над іншими за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів ВП

Одержані результати (рис. 5.14) вказали на те, що для 53% тестових наборів даних ВП (3.40) забезпечило максимальне значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів. Це вказало на низьку здатність до концентрації енергії відповідних типів даних у апроксимуючих коефіцієнтах, але, водночас, на максимальний ступінь інформативності деталізуючих коефіцієнтів, у порівнянні з іншими ВП (табл. 3.1), що зумовило перевагу перетворення (3.40) у задачах спектрального аналізу.

Аналогічним, до критерію (1.43), чином перевагу ВП (3.40) за критерієм (1.47) до 6 рівнів перетворення включно визначено як повну. У зв'язку з цим, у загальному випадку, дискретне ТСВП забезпечило менше до 63% значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів для 29% протестованих наборів даних.

Здійснено дослідження середніх абсолютних значень деталізуючих коефіцієнтів d_{mean} (1.48) ВП (3.40) та інших ВП (табл. 3.1). Згідно співвідношення (1.48) на основі тестових наборів даних з таблиці Б.1 обчислені

значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів ВП з таблиці 3.1 та ВП (3.40) для різних значень кількості рівнів перетворення.

Одержані за критерієм (1.48) результати вказали на відсутність переваги ВП (3.40) над іншими ВП (табл. 3.1) за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів. Однак, оскільки ВП (3.40) здійснює повну декомпозицію набору даних, представленого множиною близько 1000 ± 25 відліків за 7 рівнів перетворення, здійснено порівняння одержаних показників, у випадку відповідних наборів даних, між 7-им рівнем для перетворення (3.40) та 10-им для ВП з таблиці 3.1.

Відповідно до вищесказаного, здійснена оцінка переваги ВП (3.40) над іншими ВП (табл. 3.1) за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів (рис. 5.15).

У загальному випадку, ВП (3.40) забезпечило менше до 45% середнє абсолютне значення деталізуючих коефіцієнтів для 18% протестованих наборів даних. Водночас, для 59% тестових наборів даних забезпечено більше до 63% середнє абсолютне значення деталізуючих коефіцієнтів, що вказало на кращу здатність ВП (3.40) виявляти характеристики та особливості наборів даних різного характеру та високу ефективність у задачах очищення даних від шуму, зокрема, з використанням техніки «м'якого» порогу [22, 68].

Проведені дослідження ефективності застосування дискретного ТСВП у системах ЦО інформації вказали на ряд особливостей та переваг запропонованого перетворення у порівнянні з існуючими (табл. 3.1) для зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних. У системах, у яких пріоритетним напрямом оптимізації є ступінь ущільнення даних, ВП (3.40) забезпечило зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних до 2,5% при меншій до 70% похибці відновлення залежно від типу даних, при одночасному збереженні швидкодії функціонування системи ЦО інформації.

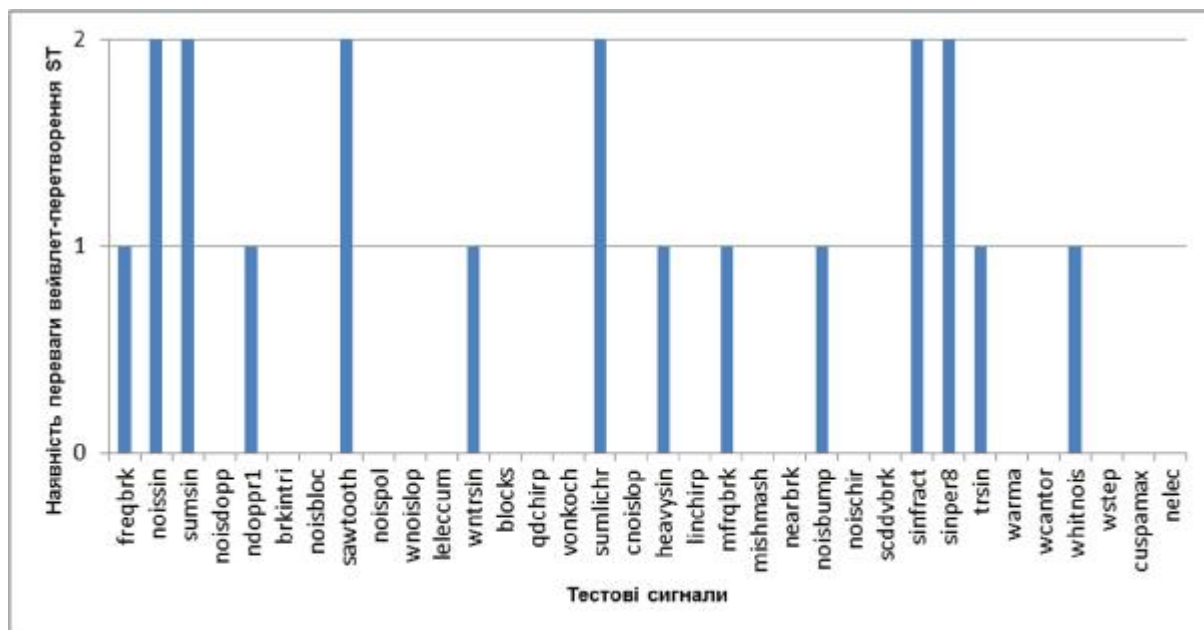


Рисунок 5.15 – Гістограма наявності переваги дискретного ТСВП над іншими за критерієм мінімуму середнього абсолютного значення деталізуючих коефіцієнтів ВП (2 – повна перевага, 1 – перевага над частиною ВП, 0 – відсутність переваги)

У системах, які призначені для спектрального аналізу наборів даних, застосування ВП (3.40) забезпечило низку переваг. По-перше, повна декомпозиція сигналу реалізована за менше число ітерацій ВП, кожна з яких, містить меншу кількість арифметичних операцій, що, у порівнянні з іншими ВП (за винятком ВП Хаара), призвело до вищих (до 80%) показників швидкодії. По-друге, ВП (3.40) характеризується вищим (до 63%) середнім абсолютним значенням деталізуючих коефіцієнтів, які мають вищий (в середньому на 19÷21%) показник ентропії, що вказало на відповідний приріст інформативності цих коефіцієнтів та високу здатність до виявлення особливостей та характеристик сигналу.

У системах, які призначені для моніторингу довготривалих процесів шляхом спектрального аналізу їх характеристик, до перелічених вище переваг ВП (3.40) додана успадкована ним від неперервного перетворення (3.8) здатність до ефективного виявлення короткотермінових характеристик, які накладені на

довготермінові. Ця здатність забезпечила підвищення ефективності виявлення короткотермінових флуктуацій перебігу процесів, які підлягають моніторингу.

У зв'язку із вищим (в середньому на 20%) середнім абсолютним значенням деталізуючих коефіцієнтів, ВП (3.40) визначено пристосованим до вирішення задач очищення даних від шуму за допомогою техніки «м'якого» порогу [68], у порівнянні з іншими проаналізованими ВП (табл. 3.1). Це пов'язано з тим, що при очищенні сигналу від складової шуму із застосуванням такої техніки, менша кількість деталізуючих коефіцієнтів перетворилася в нуль, що, відповідно, призвело до менших втрат корисної інформації стосовно особливостей та характеристик сигналу.

У системах ЦО інформації з послабленими вимогами до швидкодії, у яких пріоритетним напрямом оптимізації є максимальна точність відновлення ущільнених даних, застосування ВП (3.40) є обмеженим і потребує додаткового оптимізаційного дослідження для обґрунтування переваги застосування перетворення (3.40) для кожної системи зокрема.

5.2.2 Оцінка ефективності застосування апаратно-програмного спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення

Згідно результатів досліджень ефективності застосування ТСВП, встановлено, що ефективним застосуванням запропонованого спеціалізованого процесора для ТСВП є контроль технологічних параметрів та ущільнення послідовностей їх значень. Крім цього розроблений автором апаратно-програмний спеціалізований процесор пристосований для роботи з пристроями верхнього ієрархічного рівня систем контролю технологічних параметрів. У зв'язку з цим, здійснено аналіз ефективності застосування запропонованого засобу ТСВП, як компонента комп'ютеризованих систем діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ.

У якості комплексу контролю технологічних параметрів, для якого здійснено аналіз ефективності застосування розробки автора, обрано комплекс засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2 [131]. Цей комплекс призначений для контролю основних параметрів процесу обертового буріння нафтових і газових свердловин та застосовується на бурових установках експлуатаційного і глибокого розвідувального буріння стволів нафтових і газових свердловин на суші [132].

На основі структурної схеми комплексу СКУБ-М2 [132] синтезовано структурну схему (рис. 5.16), на якій відображено зв'язки та місце розробленого автором апаратно-програмного засобу ТСВП при його включенні до структури комплексу.

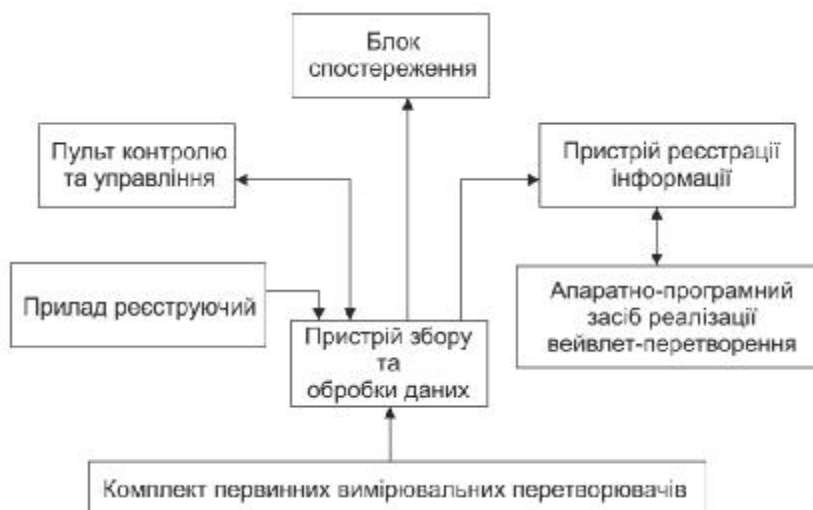


Рисунок 5.16 – Структурна схема комплексу СКУБ-М2 з включеним до його складу апаратно-програмним засобом ТСВП

Пристрій реєстрації інформації комплексу СКУБ-М2 забезпечує відображення та реєстрацію інформації про хід технологічного процесу буріння, яка надходить від пристрою збору та обробки даних [132]. На нього покладено виконання наступних функцій [132]:

- прийом в реальному часі даних про хід технологічного процесу буріння, які надходять від пристрою збору та обробки;
- відображення технологічних параметрів буріння;

- друк параметрів, які підлягають реєстрації, в масштабі часу;
- накопичення даних, які підлягають реєстрації, в базі даних та створення архівів;
- забезпечення доступу до архівів.

Число відліків даних, які підлягають моніторингу та архівуванню, залежить від періоду спостереження і може досягати значення у 10^4 (наприклад, у випадку вибірки значень технологічного параметру з періодом у 10 с, добовий архів міститиме 8640 відліків). При цьому, архівовані дані у довільний момент часу повинні бути доступними для аналізу і генерування звітів, що унеможливорює застосування архіваторів для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, оскільки, розархівування даних призведе до тимчасового припинення роботи пристрою реєстрації інформації у режимі реального часу та знизить якість моніторингу стану бурового обладнання. У зв'язку із зазначеною специфікою, застосування ВП (у тому числі ТСВП) дозволило реалізувати ущільнення даних та покращити аналіз послідовностей значень технологічних параметрів на предмет виявлення відхилень від допустимих значень, на основі деталізуючих коефіцієнтів ВП.

Для аналізу ефективності застосування розробленого апаратно-програмного засобу ТСВП при його включенні до структури комплексу СКУБ-М2 використано значення технологічного параметра механічного лівого моменту (тестові послідовності значень цього параметру наведено на рисунку Г.1 додатку Г). Цей параметр є одним з ключових при моніторингу стану бурового обладнання [133]. Комплекс СКУБ-М2 дозволяє проводити вибірку значень вказаного параметру із заданим періодом та формувати відповідні архіви у масштабі часу [132].

Для технологічних параметрів стану бурового обладнання (в т.ч. механічного лівого моменту) допускається похибка відновлення даних у межах 5% [133, 134], що встановлює допустимі межі ущільнення даних. При оцінюванні зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних, яке забезпечується ТСВП та ВП Хаара (Haar), Добеші 4-го порядку (db4) і біортогонального з

параметрами 2.6 (bior2.6), вимірювання похибки відновлення для забезпечення необхідної точності відновлення послідовностей значень технологічного параметра механічного лівого моменту здійснено за допомогою значень середньої абсолютної похибки у відсотках відновлення даних *MAPE* (5.1).

На рисунку 5.17 зображений графік залежності кількості наборів даних, для яких ТСВП забезпечує мінімальну похибку відновлення (5.1), від кількості залишених коефіцієнтів ВП.

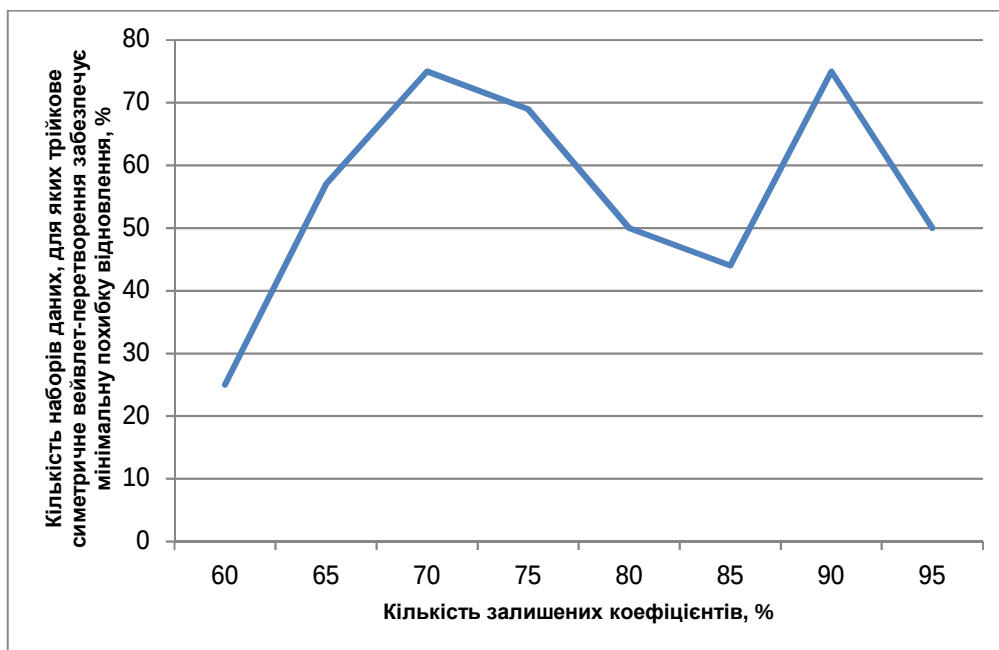


Рисунок 5.17 – Графік залежності кількості наборів даних, для яких ТСВП забезпечує мінімальну похибку відновлення (5.1), від кількості залишених коефіцієнтів ВП

З графіка на рисунку 5.17 випливає, що мінімальна похибка відновлення (5.1) забезпечується ТСВП для 75% з 16 тестових послідовностей значень технологічного параметра механічного лівого моменту, у випадку відновлення за 70% та 90% коефіцієнтів перетворення. При цьому, при збереженні 60% коефіцієнтів ВП, жодне з проаналізованих перетворень не забезпечує похибки відновлення у допустимих межах. При збереженні 65% коефіцієнтів, ТСВП забезпечує допустиму похибку відновлення для 32% тестових послідовностей. При збереженні $\geq 70\%$ коефіцієнтів усі проаналізовані перетворення забезпечують допустиме значення похибки відновлення.

Відповідно до наведеного вище, максимальне ущільнення при допустимих значеннях похибки відновлення досягається усіма проаналізованими ВП при збереженні 70% коефіцієнтів перетворення. При цьому, застосування ТСВП забезпечило, в загальному випадку, наступний приріст ефективності за критерієм мінімальної похибки відновлення (5.1) у порівнянні з іншими проаналізованими перетвореннями: у порівнянні з ВП Хаара – 20%, ВП Добеші 4-го порядку – 8%, біортогональним ВП з параметрами 2.6 – 18,5%.

У комплексі СКУБ-М2 для зберігання кожного значення технологічного параметра механічного лівого моменту використовується 4 байти [132]. При цьому, встановлено, що для зберігання кожного деталізуючого коефіцієнта ВП достатньо 2 байт пам'яті, оскільки, більша частина енергії послідовності вхідних даних концентрується у апроксимуючих коефіцієнтах, для зберігання яких необхідно виділяти 4 байти. Кількість апроксимуючих коефіцієнтів ВП є індивідуальною характеристикою кожного перетворення і залежить від масштабної функції та відповідного їй фільтру [21, 22, 68]. Кількість апроксимуючих коефіцієнтів, утворених ТСВП та ВП Хаара рівна одиниці, ВП Добеші 4-го порядку – 7, біортогональним ВП з параметрами 2.6 – 13 [21, 22, 68]. Для зберігання у пам'яті номерів коефіцієнтів, які відкинуто (приймаються рівними нулю) у результаті процедури ущільнення, достатньо виділення 1 байту для кожного номера, оскільки аналіз ефективності проведено для послідовностей, довжиною ≤ 256 відлікам. Відповідно, кількість байт, яка необхідна для зберігання 70% коефіцієнтів ВП обчислюється наступним чином:

$$B_w = 4 \cdot N_A + 2 \cdot \lceil N \cdot 0,7 - N_A \rceil + (N - \lceil N \cdot 0,7 \rceil), \quad (5.4)$$

де N_A – кількість апроксимуючих коефіцієнтів, N – кількість відліків у вхідній послідовності (кількість коефіцієнтів перетворення), $\lceil \cdot \rceil$ – операція округлення до більшого цілого.

Ступінь зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних обчислюється за допомогою співвідношення:

$$R_{Dec}^W = \frac{4N - B_W}{4N} \times 100\% . \quad (5.5)$$

Обчислені згідно (5.5) показники ступеня зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, які забезпечені ВП для технологічного параметра механічного лівого моменту, наведено у таблиці 5.9.

Таблиця 5.9 – Показники ступеня зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, які забезпечені ВП

Вейвлет-перетворення	R_{Dec}^W , %
ST	57,2
Haar	57,23
db4	56,05
bior2.6	54,88

Із результатів аналізу ефективності, наведених у таблиці 5.9, випливає, що ТСВП та ВП Хаара забезпечують максимальне зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання послідовностей значень технологічного параметра механічного лівого моменту, яке складає 57,2%. Перевага ТСВП за цим критерієм над ВП Добеші 4-го порядку складає 1,15%, а над біортогональним ВП з параметрами 2.6 – 2,32%.

Одержаними результатами аналізу ефективності застосування розробленого автором апаратно-програмного спеціалізованого процесора для ТСВП для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання у вигляді архіву вейвлет-коефіцієнтів значень технологічного параметра механічного лівого моменту у комплексі засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2 доведена ефективність застосування запропонованого методу ТСВП у системах ЦО інформації технологічних параметрів. Отримані результати підтверджено відповідним актом впровадження (додаток Д).

Висновки до розділу 5

1. Доведено перевагу застосування запропонованого методу ТСОП у порівнянні з існуючими ОП для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних. У системах ЦО даних з їх ущільненням, застосування ТСОП забезпечило перетворення вхідних даних у менш корельовані (у межах 10÷30%) коефіцієнти і зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних до 3%, у системах з ущільненням даних на рівні бітів перевага застосування ТСОП склала 4÷6,5%, у системах з оптимізацією кодування даних при збереженні та пересиланні каналами зв'язку, застосування ТСОП підвищило ефективність пакування даних до 2÷5%. При цьому, при ущільненні даних, застосування ТСОП забезпечило зменшення похибки відновлення даних на 2÷7% при відкиданні 50÷75% коефіцієнтів перетворення та на 5÷30% при відкиданні <50%.

2. Доведено перевагу застосування запропонованого методу ТСВП у порівнянні з існуючими ВП для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних. У системах ЦО даних з їх ущільненням, застосування ТСВП забезпечило зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних до 2,5% при меншій до 70% похибці відновлення, при одночасному збереженні швидкодії функціонування системи. При цьому, перевага застосування ТСВП для розв'язання задач спектрального аналізу інформаційних сигналів склала до 35÷80% за швидкодією та до 17÷21% за приростом інформативності деталізуючих коефіцієнтів, а для задач очищення сигналів від шуму за допомогою техніки «м'якого» порогу – до 13÷20%.

3. Уперше запропоновано застосування розробленого спеціалізованого процесора для ТСОП у якості компонента пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 44÷66%. У випадку проаналізованих пристроїв, це зумовило відповідне збільшення часу автономного функціонування та підвищення точності обліку.

4. Уперше запропоновано застосування розробленого апаратно-програмного спеціалізованого процесора для ТСВП у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 57,2% при одночасному зменшенні похибки відновлення до 20%, у порівнянні з іншими ВП.

5. Основні отримані наукові результати опубліковані у фахових виданнях [38, 43, 90, 110, 111], матеріалах конференцій [40]-[42], [109, 112], [117]-[119] та підтверджені відповідними актами впровадження (додаток Д).

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язана науково-технічна задача зменшення обсягу пам'яті для зберігання корельованих даних шляхом розробки методів та засобів цифрової обробки інформації на основі трійкових симетричних перетворень. В результаті дисертаційного дослідження отримано наступні результати:

1. Уперше запропоновано систему ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій, для якої запропоновано систему наборів та піднаборів і яка задовольняє умови критерію зв'язку частотності з кількістю функцій у наборах системи. Для запропонованої системи функцій доведені властивості лінійної незалежності, попарної ортогональності функцій та повноти.

2. Уперше запропоновано застосування методу трійкового симетричного ортогонального перетворення для цифрової обробки інформації. На основі рекурентних властивостей матриць значень функцій запропонованої системи, вперше запропоновано метод швидкого трійкового симетричного ортогонального перетворення, який реалізовано за принципом divide-and-conquer, для якого оцінено операційну складність.

3. Уперше запропоновано синтез материнського вейвлета на основі запропонованої системи ортогоналізованих добутків трійкових симетричних функцій. Обґрунтовано властивості запропонованого трійкового симетричного материнського вейвлета.

4. Уперше запропоновано застосування методу неперервного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації. На основі порівняльного аналізу скейлограм, доведено ефективність застосування запропонованого методу для розв'язання задач виявлення короткотермінових особливостей та характеристик інформаційних сигналів, які накладені на довготермінові. При цьому, середній приріст ефективності у порівнянні з існуючими вейвлет-перетвореннями склав $50\div 100\%$.

5. Уперше запропоновано застосування методу дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації. Для синтезу запропонованого перетворення уведено масштабну функцію та додатковий (другий) материнський вейвлет. Для запропонованого вейвлет-перетворення визначено дискретні фільтри декомпозиції та відновлення, на основі яких, синтезовано фільтрову форму перетворення. За допомогою синтезованих фільтрів доведено ортогональність дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення.

6. Доведено перевагу застосування запропонованого методу трійкового симетричного ортогонального перетворення у порівнянні з існуючими ортогональними перетвореннями для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних. У системах цифрової обробки даних з їх ущільненням, застосування перетворення забезпечило зменшення кореляції вхідних даних у межах $10 \div 30\%$ і зменшення обсягу пам'яті для їх зберігання до 3% , у системах з ущільненням даних на рівні бітів – у межах $4 \div 6,5\%$, у системах з оптимізацією кодування даних при збереженні та пересиланні каналами зв'язку, застосування запропонованого перетворення підвищило ефективність пакування даних до $2 \div 5\%$. При цьому, при ущільненні даних, застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення забезпечило зменшення похибки відновлення даних на $2 \div 7\%$ при відкиданні $50 \div 75\%$ коефіцієнтів перетворення та на $5 \div 30\%$ при відкиданні $< 50\%$.

7. Доведено перевагу застосування запропонованого методу дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення у порівнянні з існуючими вейвлет-перетвореннями для зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних. У системах цифрової обробки даних з їх ущільненням, застосування трійкового симетричного вейвлет-перетворення забезпечило зменшення обсягу пам'яті для зберігання даних до $2,5\%$ при меншій до 70% похибці відновлення, при одночасному збереженні швидкодії функціонування системи. При цьому, застосування запропонованого перетворення для розв'язання задач спектрального аналізу інформаційних сигналів забезпечило

приріст швидкодії у межах 35÷80% та приріст інформативності деталізуючих коефіцієнтів у межах 17÷21%, а для задач очищення сигналів від шуму за допомогою техніки «м'якого» порогу – приріст інформативності до 13÷20%.

8. Розроблено та здійснено моделювання спеціалізованого процесора для трійкового симетричного ортогонального перетворення на основі ПЛІС та апаратно-програмного спеціалізованого процесора для дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення на основі мікроконтролера і розробленої програми «Symmetric Ternary Wavelet Transform MC Performer».

9. Уперше запропоновано застосування розробленого засобу трійкового симетричного ортогонального перетворення у якості компонента пристроїв комплектації вузлів обліку та контролю параметрів передачі газу. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 44÷66%. У випадку проаналізованих пристроїв, це зумовило відповідне збільшення часу автономного функціонування та підвищення точності обліку. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки висококорельованих даних з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах обліку витрат та контролю параметрів передачі рідин і газів та у системах обробки і передачі даних телеметрії.

10. Уперше запропоновано застосування розробленого апаратно-програмного засобу трійкового симетричного вейвлет-перетворення у якості компонента комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин СКУБ-М2. Застосування розробки забезпечило зменшення обсягу пам'яті, необхідного для зберігання даних, на рівні 57,2% при одночасному зменшенні похибки відновлення до 20%, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями. Запропонований засіб рекомендовано для застосування у системах цифрової обробки значень технологічних параметрів періодичного характеру з допустимою похибкою відновлення даних до 5%, зокрема, у комп'ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів стану бурового і виробничого обладнання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Э. Айфичер и Б. Джервис, *Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание: Пер. с англ.*, М.: Издательский дом «Вильямс», 2004.
- [2] Э. Оппенгейм, *Применение цифровой обработки сигналов*, М.: Мир, 1980.
- [3] А. Б. Сергиенко, *Цифровая обработка сигналов*, СПб.: Питер, 2002.
- [4] Д. Сэломон, *Сжатие данных, изображений и звука: пер. с англ. В.В. Чепыжова*, М.: Техносфера, 2004.
- [5] N. Ahmed and K. R. Rao, *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer-Verlag, 1975.
- [6] А. В. Переберин, “О систематизации вейвлет-преобразований,” *Вычислительные методы и программирование*, т. 2, с. 15-40, 2002.
- [7] А. Белецкий, *Дискретные ортогональные базисы Виленкина-Крестенсона функций*, Saarbrücken: Palmarium Acad. Publ., 2015.
- [8] А. Я. Белецкий, и В. А. Лужецкий, “Синтез симметричных систем функций золотого сечения,” *Захист інформації*, т. 18, № 4, с. 283-292, 2016.
- [9] А. Я. Белецкий, и В. А. Лужецкий, “Сравнительный анализ эффективности алгоритмов быстрого преобразования Фурье в базисах систем функций Уолша и золотого сечения,” *Захист інформації*, т. 19, № 1, с. 23-32, 2017.
- [10] Л. Б. Петришин, *Теоретичні основи перетворення форми та цифрової обробки інформації в базисі Галуа: Навч. посібник*, Київ: ІЗІМН МОУ, 1997.
- [11] Н. В. Превисокова, “Аналіз ефективності виконання теоретико-числового перетворення Уолша на полях Галуа,” *Комп’ютинг*, т. 6, № 1, с. 67-72, 2007.
- [12] Н. В. Превисокова, “Аналіз ефективності методу кодування інформації на основі ортогонального перетворення Галуа,” *Вісник НТУ “ХПИ”. Серія: Інформатика та моделювання*, № 21(1193), с. 92-101, 2016.

- [13] В. В. Лукічов, В. А. Лужецький та А. С. Васюра, *Методи і засоби стеганографічного захисту інформації на основі вейвлет-перетворень*, Вінниця: ВНТУ, 2014.
- [14] Л. А. Гнатив, М. А. Гнатив, Я. Е. Визор и Г. Я. Ширмовский, “Устройство для быстрого ортогонального преобразования цифровых сигналов по Уолшу-Адамару”. СССР Патент 1615742, 23 декабря 1990.
- [15] Л. А. Гнатив, А. М. Лучук и И. Т. Пархоменко, “Устройство быстрого преобразования сигналов по Уолшу с упорядочением по Адамару”. СССР Патент 1265795, 23 октября 1986.
- [16] И. М. Фодчук, Ю. Т. Роман, и С. В. Баловсяк, “Новый подход к анализу рентгеновских дифрактограмм на основе вейвлет-преобразований,” *Металлофизика и новейшие технологии*, т. 39, № 7, с. 855-863, 2017.
- [17] С. В. Баловсяк, та Х. С. Одайська, “Автоматичне визначення рівня гаусового шуму на цифрових зображеннях методом високочастотної фільтрації для виокремлених областей,” *Кибернетика и системный анализ*, т. 54, № 4, с. 164-172, 2018.
- [18] С. В. Умняшкин, и М. Е. Кочетков, “Анализ эффективности использования дискретных ортогональных преобразований для цифрового кодирования коррелированных данных,” *Известия вузов. Электроника*, № 6, с. 79-84, 1998.
- [19] А. В. Харченко, “Применение ортогональных преобразований при цифровой обработке сигналов в спутниковых радиоканалах,” *Информационно-управляющие системы*, № 5, с. 6-10, 2006.
- [20] Г. Н. Мальцев, А. В. Харченко, и А. С. Гарагуля, “Границы повышения помехоустойчивости радиотехнических систем передачи информации при цифровой обработке сигналов с компенсацией помех,” *Информационно-управляющие системы*, № 4, с. 111-116, 2014.
- [21] И. Добеши, *Десять лекций по вейвлетам: Пер. с англ.*, Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.

- [22] С. Малла, *Вейвлеты в обработке сигналов: пер. с англ. Я.М. Жилейкина, 2-я ред.*, М.: Мир, 2005.
- [23] K. R. Rao and P. Yip, *Discrete Cosine Transform: Algorithms, Advantages, Applications*, Academic Press, 1990.
- [24] R. Wang, *Introduction to Orthogonal Transforms with Applications in Data Processing and Analysis*, Cambridge, 2010.
- [25] A. Izmailov, "Properties of bases and function systems, the effectiveness of their use in digital information processing," in *Materiały 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, Polska, 2014, p. 271.
- [26] A. Izmailov, "Effectiveness analysis of bases and function systems used in digital information processing," in *Materiały 52 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2015, p. 281.
- [27] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, "Аналіз базисів та систем функцій, обґрунтування ефективності застосування трійкових симетричних функцій у цифровій обробці інформації," в *Методи і засоби діагностики в техніці та соціумі : матеріали V Міжнародної міжвузівської школи-семінару*, Івано-Франківськ, 2015, с. 41-44.
- [28] B. Hayes, "Computing science. Third base," *A reprint from American Scientist, the magazine of Sigma Xi, the Scientific Research Society*, vol. 89, no. 6, pp. 490-494, 2001.
- [29] В. В. Шилов, "Вычисления в докомпьютерную эпоху. Уравновешенная троичная система счисления и Томас Фаулер," Виртуальный компьютерный музей, 2009. [Online]. Available: <http://www.computer-museum.ru/precomp/fauler.htm>. [Accessed 29 May 2018].
- [30] Ю. С. Ямненко, Т. А. Хижняк, Т. О. Терещенко, та В. В. Левченко, "Кратномасштабний аналіз дискретних функцій із заданою кількістю фільтрів," *ElectronCommun*, т. 22, № 3, с. 73-79, 2017.

- [31] T. Volchok, M. Petryshyn, A. Izmailov, and A. Kostiuk, "Signal decomposition techniques on ternary symmetrical functions," in *Materiały 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2014, p. 286.
- [32] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, "Трійкові симетричні функції та їх застосування у цифровій обробці інформації," *Системи обробки інформації*, № 4 (141), с. 41-44, 2016.
- [33] A. Izmailov, and L. Petryshyn, "Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms," in *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kiev, 2017, pp. 836-841.
- [34] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, "Аналіз властивостей систем трійкових симетричних функцій та їх застосування для цифрової обробки інформації у комп'ютеризованих системах управління," в *Інформаційні технології: сучасний стан та перспективи. Монографія за заг. ред. В.С. Пономаренка*, Х., ТОВ «ДІСА ПЛЮС», 2018, с. 208-222.
- [35] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, "Властивості методів частотного аналізу цифрових сигналів," в *Комп'ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2017, с. 63-65.
- [36] I. Holub, and A. Izmailov, "Properties of Methods for Frequency Analysis of Digital Signals," in *Materiały 54 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2017, p. 262.
- [37] I. Holub, and A. Izmailov, "Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions," in *Materiały 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 271.
- [38] I. Holub, and A. Izmailov, "Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions – Analiza właściwości transformaty falkowej na podstawie trójkowych symetrycznych funkcji," *Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego AGH*, no. 35, pp. 87-94, 2018.

- [39] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, “Детектування високочастотних характеристик цифрових сигналів на основі трійкового симетричного вейвлет-перетворення,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2018, с. 60-62.
- [40] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2018, с. 152-155.
- [41] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для перетворення форми та цифрової обробки інформації у розподілених системах управління в умовах секторної кооперації,” в *Комп’ютерна алгебра та інформаційні технології: праці III Міжнародної науково-практичної конференції*, Одеса, 2018, с. 61-64.
- [42] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні системи і технології: матеріали Сьомої Міжнародної науково-технічної конференції*, Коблеве-Харків, 2018, с. 194-197.
- [43] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Цифрова обробка інформації в розосереджених системах управління із застосуванням швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій,” *Системи обробки інформації*, № 3 (154), с. 79-89, 2018.
- [44] L. E. Franks, *Signal Theory*, Prentice Hall, 1969.

- [45] Л. А. Залманзон, *Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях*, М.: Наука, 1989.
- [46] P. W. Hawkes, *Advances in Electronics and Electron Physics*, Vol. 88, Academic Press, 1994.
- [47] Х. Ф. Хармут, *Теория секвентного анализа: основы и применения*, М.: Мир, 1980.
- [48] Я. Д. Ширман и В. Н. Манжос, *Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех*, М.: Радио и связь, 1981.
- [49] У. Прэтт, *Цифровая обработка изображений: в 2-х кн. Пер. с англ. Д.С. Лебедева*, М.: Мир, 1980.
- [50] Р. Х. Садыхов, П. М. Чеголин и В. П. Шмерко, *Методы и средства обработки сигналов в дискретных базисах*, Минск: Наука и техника, 1987.
- [51] P. S. Addison, *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (Second Edition)*, CRC Press, 2016.
- [52] Н. Н. Красильников, *Цифровая обработка 2D и 3D-изображений: учеб. пособие*, СПб.: БХВ-Петербург, 2011.
- [53] С. В. Пашенцев, “Сжатие навигационных таблиц в базисе Уолша,” *Вестник МГТУ*, т. 3, № 1, с. 23-30, 2000.
- [54] Х. Ф. Хармут, *Передача информации ортогональными функциями*, М.: Связь, 1975.
- [55] Р. Блейхут, *Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ.*, М.: Мир, 1989.
- [56] Л. И. Магазинников, *Высшая математика III. Функции комплексного переменного. Ряды. Интегральные преобразования*, Томск: ТГУСУР, 2012.
- [57] Л. В. Канторович и Г. П. Акилов, *Функциональный анализ в нормированных пространствах*, М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1959.

- [58] С. Г. Крейн, *Функциональный анализ*, 2-е изд., М.: Наука, 1972.
- [59] Б. З. Вулих, *Введение в функциональный анализ*, М.: Наука ГРФМЛ, 1967.
- [60] А. В. Ефимов, *Математический анализ (специальные разделы)*, М.: Высшая школа, 1980.
- [61] И. М. Дремин, О. В. Иванов, и В. А. Нечитайло, “Вейвлеты и их использование,” *Успехи физических наук*, т. 171, № 5, с. 465-501, 2001.
- [62] Ю. К. Демьянович и В. А. Ходаковский, *Введение в теорию вейвлетов*, СПб.: ПГУПС, 2007.
- [63] R. Polikar, *The Wavelet Tutorial*, Iowa State University of Science and Technology, 1996.
- [64] Ч. Чуи, *Введение в вейвлеты: Пер. с англ.*, М.: Мир, 2001.
- [65] К. Блаттер, *Вейвлет-анализ. Основы теории: Пер. с нем.*, М.: Техносфера, 2004.
- [66] Н. М. Астафьева, “Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения,” *Успехи физических наук*, т. 166, № 11, с. 1145-1170, 1996.
- [67] L. Chun-Lin, *A Tutorial of the Wavelet Transform*, Prentice Hall, 2010.
- [68] Н. К. Смоленцев, *Основы теории вейвлетов в MATLAB*, М.: ДМК Пресс, 2005.
- [69] А. М. Трахтман и В. А. Трахтман, *Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах*, М.: Сов. радио, 1975.
- [70] Б. Голд и Ч. Рэйдер, *Цифровая обработка сигналов: Пер. с англ.*, М.: Сов. радио, 1973.
- [71] Г. Нуссбаумер, *Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток*, 2-е изд., пер. с англ. Ю.Ф. Касимова, И.П. Пчелинцева, М.: Радио и связь, 1985.
- [72] R. E. Garcia, R. R. Morton and D. J. Stopczynski, “System and method for performing an optimized discrete walsh transform”. US Patent 20080109507A1, 8 May 2008.

- [73] А. Я. Белецкий, “Криптографические приложения обобщенных матриц Галуа и Фибоначчи,” *Захист інформації*, т. 15, № 2, с. 128-133, 2013.
- [74] И. С. Ткаченко, и М. И. Семенович, “Установление взаимосвязей между последовательностями чисел Фибоначчи и Люка на основе свойств соответствующих им функций,” *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, № 1, с. 50-57, 2011.
- [75] А. В. Ивашко, *Алгоритмы и устройства цифровой обработки и передачи данных на основе целочисленных экспоненциальных базисных последовательностей: дис. канд. техн. наук: 05.13.05*, Харьков, 1983.
- [76] В. Чернов, *Арифметические методы синтеза быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований*, М.: ЛитРес, 2018.
- [77] H. S. Hou, “Extended Haar transform”. US Patent 7,805476 B2, 28 September 2010.
- [78] H. S. Hou, “Shared Haar Wavelet Transform”. US Patent 7,640283, 29 December 2009.
- [79] S. Masud and J. V. McCanny, “Implementation of Wavelet Functions in Hardware”. US Patent 6785700, 31 August 2004.
- [80] W. C. Lynch, K. D. Kolarov, D. R. Hoover and W. J. Arrighi, “Method and Apparatus for Wavelet Based Data Compression”. EP Patent 0985193B1, 29 January 2003.
- [81] N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms: Principles and Applications to Speech and Video (Prentice-Hall Signal Processing Series)*, Prentice-Hall, 1984.
- [82] A. N. Akansu and R. A. Haddad, *Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands, and Wavelets*, New York: USA: Academic, 1992.
- [83] И. В. Кузьмин и В. А. Кедрус, *Основы теории информации и кодирования*, Киев: Вища школа, 1986.

- [84] O. Yilmaz, and A. N. Akansu, "Quantization of Eigen Subspace for Sparse Representation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 14, pp. 3616-3625, 2015.
- [85] M. U. Torun, and A. N. Akansu, "An Efficient Method to Derive Explicit KLT Kernel for First Order Autoregressive Discrete Process," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 61, no. 15, pp. 3944-3953, 2013.
- [86] В. Н. Лоза, та Е. С. Ленков, "Особенности применения пакетных алгоритмов вейвлет-анализа при обработке сигналов," *Системи обробки інформації*, № 7 (144), с. 66-71, 2016.
- [87] А. В. Кудряшов, та К. Л. Горященко, "Використання вейвлет-перетворень у аналізі та відновленні мовних сигналів та моделювання в середовищі MATLAB," *Вісник Хмельницького національного університету, технічні науки*, № 3, с. 287-297, 2001.
- [88] И. Э. Комаров, "Исследование методики определения оптимального вейвлет-базиса на примере сигналов виброускорения," *Омский научный вестник*, № 3 (93), с. 270-273, 2010.
- [89] R. R. Coifman, and M. V. Wickerhauser, "Entropy-based algorithms for best basis selection," *IEEE Transactions on Information Theory (Special Issue on Wavelet Transforms and Multiresolution Signal Analysis)*, vol. 38, no. 3, pp. 1241-1243, 1992.
- [90] А. В. Ізмайлов, "Ефективність застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації," *Методи та прилади контролю якості*, № 1 (40), с. 97-104, 2018.
- [91] А. В. Ізмайлов, "Аналіз властивостей лінійно збіжних дискретних базисів та систем функцій," в *Інформатика, інформаційні системи та технології : матеріали XII Всеукр. конф. студентів і молодих науковців*, Одеса, 2015, с. 58-59.

- [92] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2017, с. 60-62.
- [93] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів,” в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я : матеріали XXIV Міжнар. наук.-практ. конф., Ч.IV*, Харків, 2016, с. 141.
- [94] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів,” в *Інформаційні технології – 2016 : матеріали III Української конф. молодих науковців*, Київ, 2016, с. 170-172.
- [95] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2017, с. 187-190.
- [96] П. П. Орнатский, *Теоретические основы информационно-измерительной техники*, Киев: Вища школа, 1983.
- [97] Б. И. Голубов, А. В. Ефимов и В. А. Скворцов, *Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения*, М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
- [98] A. Haar, “Zur Theorie der orthogonalen Functionensysteme,” *Mathematische Annalen*, Bd. 69, pp. 331-371, 1910.
- [99] C. Fu, and B. J. Falkowski, “Ternary recursive fast transforms properties, mutual relations, and circuit realization,” *Journal of Circuits, Systems and Computers*, vol. 16, no. 02, pp. 155-168, 2007.
- [100] Т. С. Хуанг, Д. О. Эклунд и Г. Нуссбаумер, *Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений*, пер. с англ. А.А. Гурова, В.Б. Макулова, С.Л. Ярославского, М.: Радио и связь, 1984.

- [101] В. А. Власенко, Ю. М. Лаппа и Л. П. Ярославский, *Методы синтеза быстрых алгоритмов свертки и спектрального анализа сигналов*, М.: Наука, 1990.
- [102] Д. К. Фаддеев, *Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов*, М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
- [103] Е. Е. Тыртышников, *Матричный анализ и линейная алгебра*, М.: ВИНТИ, 2005.
- [104] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2017 : матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2017, с. 169-170.
- [105] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я : тези доповідей XXV Міжнар. наук.-практ. конф. MicroCAD-2017*, Харків, 2017, с. 84.
- [106] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки сигналів на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні системи і технології : матеріали Шостої Міжнародної науково-технічної конференції*, Харків, 2017, с. 232-233.
- [107] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі вейвлет-перетворень,” в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2018 : матеріали ІІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2018, с. 108-109.
- [108] А. В. Ізмайлов, “Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій та способи його швидкого обчислення у цифровій обробці інформації,” в *Проблеми і перспективи розвитку ІТ-індустрії :*

матеріали Міжнародної науково-практичної конференції, Харків, 2018, с. 32.

- [109] А. В. Ізмайлов, “Методи та засоби трійкових симетричних перетворень для цифрової обробки інформації,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2019, с. 126-129.
- [110] A. Izmailov, “Symmetric Ternary Wavelet Transform and Its Application in Digital Information Processing,” in *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Lviv, 2019, pp. 1127-1132.
- [111] А. В. Ізмайлов, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування у комп’ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ,” *Системи обробки інформації*, № 3 (158), с. 54-64, 2019.
- [112] A. Izmailov, “Application Effectiveness of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions,” in *Materiały 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 274.
- [113] Xilinx, Inc, *Spartan-3E Libraries Guide for Schematic Designs*, 2008.
- [114] Xilinx, Inc, *Spartan-6 Libraries Guide for Schematic Designs*, 2009.
- [115] G. Martino, “Arduino Mega 2560 Rev3,” Arduino.cc, 24 September 2018. [Online]. Available: https://content.arduino.cc/assets/MEGA2560_Rev3e_sch.pdf. [Accessed 2 October 2018].
- [116] J. Wood, “Reading and Writing CSV Files in C#,” Black Belt Coder. Free Developer Articles and Source Code, 26 March 2013. [Online]. Available: <http://www.blackbeltcoder.com/Articles/files/reading-and-writing-csv-files-in-c>. [Accessed 29 September 2018].
- [117] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного вейвлет-перетворення для підвищення ефективності керування процесом буріння

- нафтових і газових свердловин,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2018, с. 63-64.
- [118] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення для підвищення ефективності функціонування пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2018, с. 65-66.
- [119] А. В. Ізмайлов, “Застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації,” в *Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації : тези доповідей Шостої Міжнародної науково-практичної конференції*, Вінниця, 2017, с. 93-96.
- [120] Л. П. Ярославский, *Введение в цифровую обработку изображений*, М.: Сов. Радио, 1979.
- [121] А. И. Солонина, Д. А. Улахович и Л. А. Яковлев, *Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов*, СПб.: БХВ-Петербург, 2002.
- [122] А. Ю. Тропченко и А. А. Тропченко, *Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки. Учебное пособие по дисциплине «Теоретическая информатика»*, СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009.
- [123] Ю. Н. Матвеев, К. К. Симончик, А. Ю. Тропченко и М. В. Хитров, *Цифровая обработка сигналов. Учебное пособие по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»*, СПб.: СПбГУ ИТМО, 2013.
- [124] Р. В. Бебих, А. И. Денисов и А. А. Саурин, “Устройство для выполнения быстрого преобразования Уолша”. СССР Патент 1141420, 23 февраля 1985.

- [125] К. О. Бохан, А. В. Корольов, Н. А. Корольова та М. І. Гіневський, “Пристрій двовимірного перетворення Хаара”. Україна Патент 72038, 17 січня 2005.
- [126] К. О. Бохан, Н. А. Корольова та М. І. Гіневський, “Спосіб швидкого двовимірного перетворення Хаара”. Україна Патент 69490, 15 вересня 2004.
- [127] “ТОВ СЛОТ - Каталог продукції,” ТОВ СЛОТ, 2018. [Online]. Available: <http://www.slot.if.ua/catalog/>. [Accessed 11 October 2018].
- [128] “ТОВ СЛОТ - ОЕ-22ЛА - Каталог продукції,” ТОВ СЛОТ, 2018. [Online]. Available: <http://www.slot.if.ua/catalog/10/>. [Accessed 11 October 2018].
- [129] “ТОВ СЛОТ - ТЕМР-ОЕ - Каталог продукції,” ТОВ СЛОТ, 2018. [Online]. Available: <http://www.slot.if.ua/catalog/25/>. [Accessed 11 October 2018].
- [130] ДП “Івано-Франківськстандартметрологія”, *Лічильники газу мембранні. Методика повірки. СМУК. 407369.014 ИС1*, Івано-Франківськ: ДП “Івано-Франківськстандартметрологія”, 2011.
- [131] “Івано-Франківське СКБ ЗА. Каталог продукції,” Івано-Франківське СКБ ЗА, 2018. [Online]. Available: <http://skbza.if.ua/catalog.htm>. [Accessed 11 October 2018].
- [132] “Івано-Франківське СКБ ЗА. Каталог продукції. СКУБ-М2,” Івано-Франківське СКБ ЗА, 2018. [Online]. Available: http://skbza.if.ua/cat_5ua.htm. [Accessed 11 October 2018].
- [133] Л. М. Заміховський, В. А. Ровінський та О. В. Євчук, *Діагностика технічного стану штангових глибинно-насосних установок*, Івано-Франківськ: Симфонія форте, 2006.
- [134] В. А. Ровінський, *Вдосконалення ватметрографічних методів діагностування штангових глибинно-насосних установок для видобутку нафти та розробка технічних засобів для їх реалізації : дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.11.13*, Івано-Франківськ, 2003.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Тестові сигнали для оцінки ефективності застосування неперервних вейвлет-перетворень

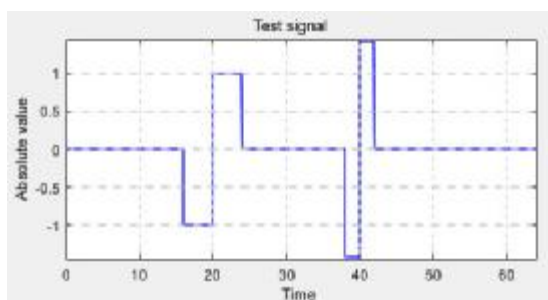


Рисунок А.1 – Тестовий сигнал testsig0 translated

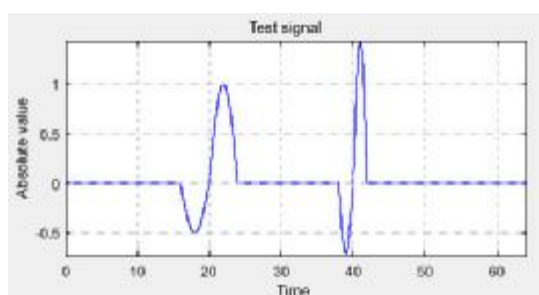


Рисунок А.2 – Тестовий сигнал testsig1 translated

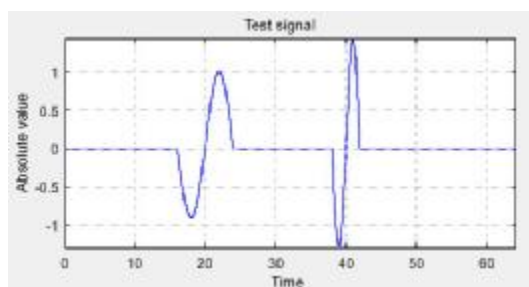


Рисунок А.3 – Тестовий сигнал testsig2 translated

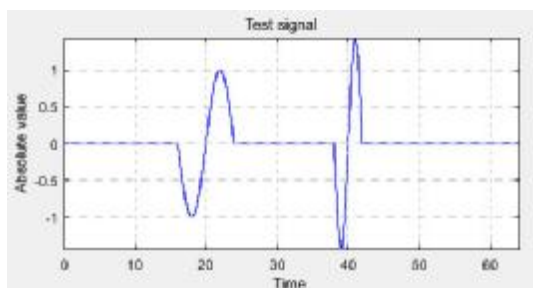


Рисунок А.4 – Тестовий сигнал testsig3 translated

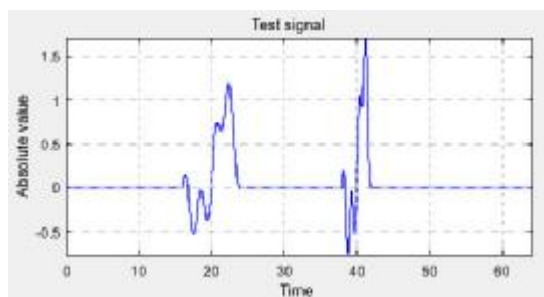


Рисунок А.5 – Тестовий сигнал testsig4 translated

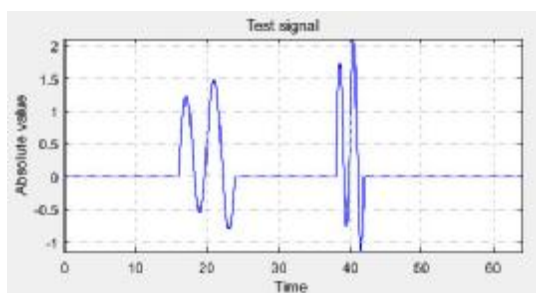


Рисунок А.6 – Тестовий сигнал testsig5 translated

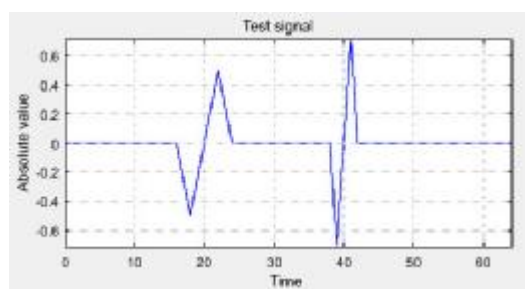


Рисунок А.7 – Тестовий сигнал testsig6 translated

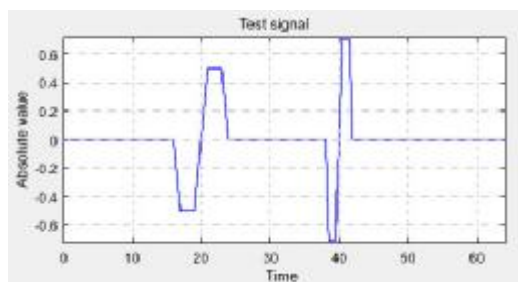


Рисунок А.8 – Тестовий сигнал testsig7 translated

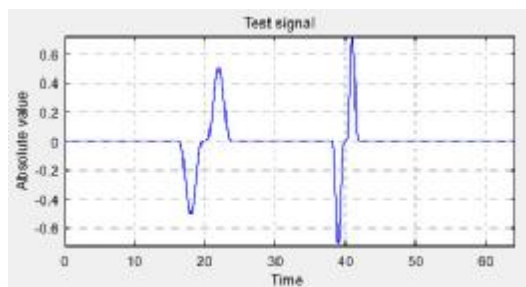


Рисунок А.9 – Тестовий сигнал testsig8 translated

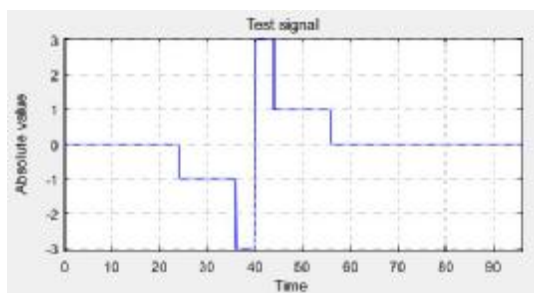


Рисунок А.10 – Тестовий сигнал testsig0 superimposed

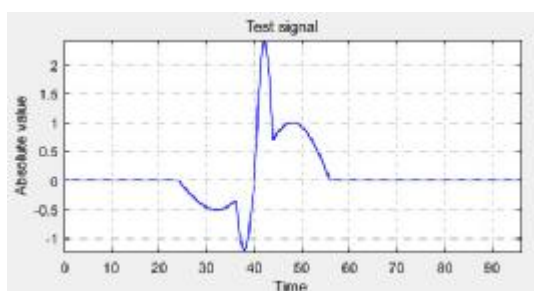


Рисунок А.11 – Тестовий сигнал testsig1 superimposed

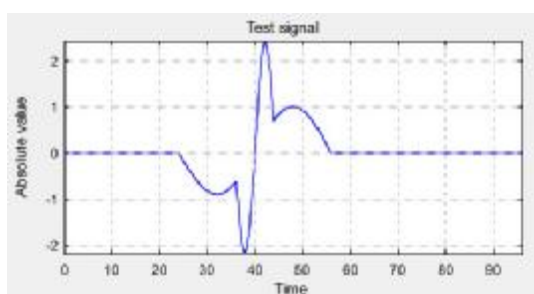


Рисунок А.12 – Тестовий сигнал testsig2 superimposed

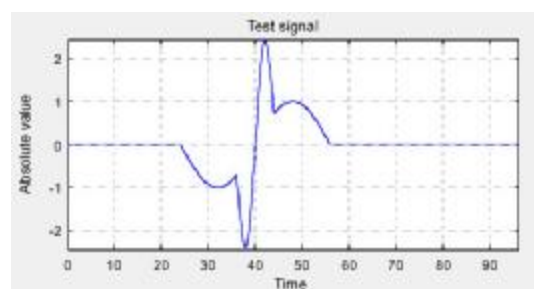


Рисунок А.13 – Тестовий сигнал testsig3 superimposed

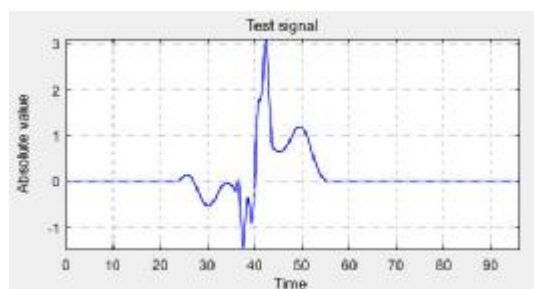


Рисунок А.14 – Тестовий сигнал testsig4 superimposed

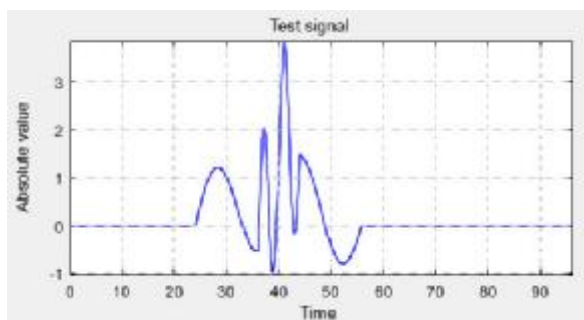


Рисунок А.15 – Тестовий сигнал testsig5 superimposed

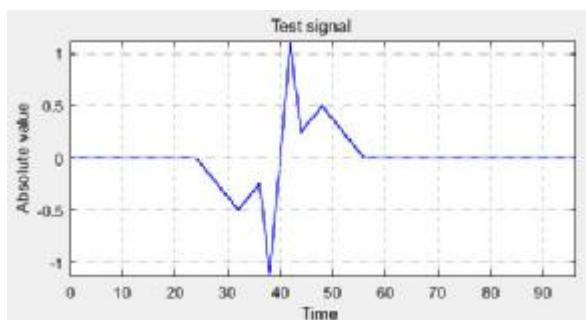


Рисунок А.16 – Тестовий сигнал testsig6 superimposed

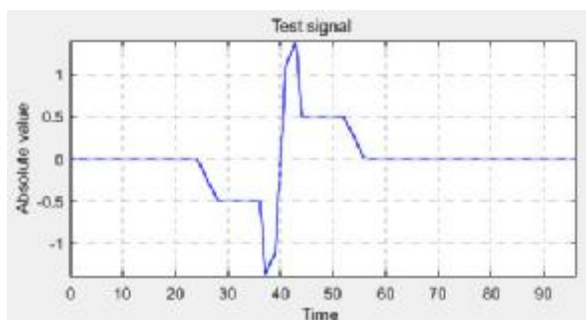


Рисунок А.17 – Тестовий сигнал testsig7 superimposed

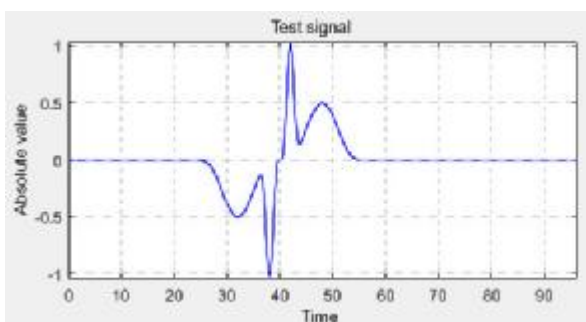


Рисунок А.18 – Тестовий сигнал testsig8 superimposed

ДОДАТОК Б

Тестові сигнали для оцінки ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень

Таблиця Б.1 – Тестові сигнали для оцінки ефективності дискретних вейвлет-перетворень

№ п/п	Назва сигналу	Коментар (пояснення)
1	freqbrk	Два синусоїдальні сигнали з різними частотами
2	noissin	Зашумлений синусоїдальний сигнал
3	sumsin	Сума двох синусоїдальних сигналів
4	noisdopp	Доплерова крива зважена адитивним шумом
5	ndoppr1	Доплерова крива з шумом
6	brkintri	Трикутний імпульс
7	noisbloc	Прямокутні імпульси з шумом
8	sawtooth	Послідовність трикутних імпульсів
9	noispol	Поліноміальний сигнал
10	wnoislop	Сигнал, зважений адитивним шумом
11	leleccum	«Потужність, яка споживається»
12	wntsrin	Суперпозиція трикутної функції з шумом та синусоїди
13	blocks	Тестовий сигнал номер 1 Донохо та Джонстона
14	qdc chirp	Осцилюючий сигнал (чірп)
15	vonkoch	Фрактальна крива Коха
16	sumlichr	Комбінація лінійно-розгорнутих синусоїд
17	cnoislop	Забарвлений шум
18	heavysin	Композиція затухаючої синусоїди та адитивного шуму
19	linchirp	Сильно осцилюючий сигнал (чірп)
20	mfrqbrk	Три синусоїдальні сигнали з різними частотами
21	mishmash	Розгорнута синусоїда, яка зважена адитивним шумом
22	nearbrk	«Розлом»
23	noisbump	Імпульсний сигнал із шумом
24	noischir	Осцилюючий сигнал, який зважений адитивним шумом
25	scddvbrk	Друга похідна «розлому»
26	sinfract	Фрактал із синусоїдальною огинаючою
27	sinper8	Вісім періодів чистого тону
28	trsin	Суперпозиція трикутної функції та синусоїди
29	warma	Шум АРСС-моделювання
30	wcantor	Крива Кантора
31	whitnois	Білий шум
32	wstep	Ступінчата функція
33	cuspsamax	Спектральна густина
34	nelec	Дані типу «потужність, яка споживається» із шумом

ДОДАТОК В

Перелік елементів спеціалізованого процесора для швидкого трійкового симетричного вейвлет-перетворення

Таблиця В.1 – Перелік елементів спеціалізованого процесора для швидкого
ТСВП (згідно схеми електричної принципової на рисунку 4.20)

Позначення	Найменування	К-сть	Примітки
<i>Конденсатори</i>			
C1, C14, C15	22pF	3	
C2...C13	0.1uF	12	
D1...D3	Діод 1N4007	3	
F1, L1	Самовідновлюваний запобіжник MF-MSMF050-2 500mA	2	
IC1	Стабілізатор напруги NCP1117ST50T3G	1	
<i>Мікроконтролери</i>			
IC3	ATMEGA2560-16AU	1	
IC4	ATMEGA16U2-MU	1	
IC6	LDO регулятор напруги LP2985-33DBVR	1	
IC7A, IC7B	Операційний підсилювач LMV358IDGKR	2	
<i>Конектори</i>			
ICSP, ICSP1	3x2M	2	
JP5	2x2M - NM	1	
JP6	10x1F-H8.5	1	
POWER, ADCH, ADCL, PWML, COMMUNICATION	8x1F-H8.5	5	
XIO	18x2F-H8.5	1	
<i>Світлодіоди</i>			
ON	Green	1	
L, RX, TX	Yellow	3	
PC1, PC2	Поляризований конденсатор 47uF	2	
RESET	Перемикач TS42031-160R-TR-7260	1	
<i>Резистори</i>			
R1, R2	1M	2	
RN1A, RN1B, RN1C, RN1D, RN5A, RN5B, RN5C, RN5D	10K	8	
RN2A, RN2B, RN2C, RN2D	22R	4	
RN3A, RN3B, RN3C, RN3D, RN4A, RN4B, RN4C, RN4D	1K	8	
T1	Польовий транзистор FDN340P MOSFET	1	
X1	Джерело живлення POWERSUPPLY_DC21MMX	1	
X2	Роз'єм USB Type B USB-B_TH	1	
Y1, Y2	Керамічний резонатор CSTCE16M0V53-R0 16MHZ	2	
Z1, Z2	Варістор CG0603MLC-05E	2	

ДОДАТОК Г

Тестові послідовності значень технологічного параметра механічного лівого моменту для оцінки ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень

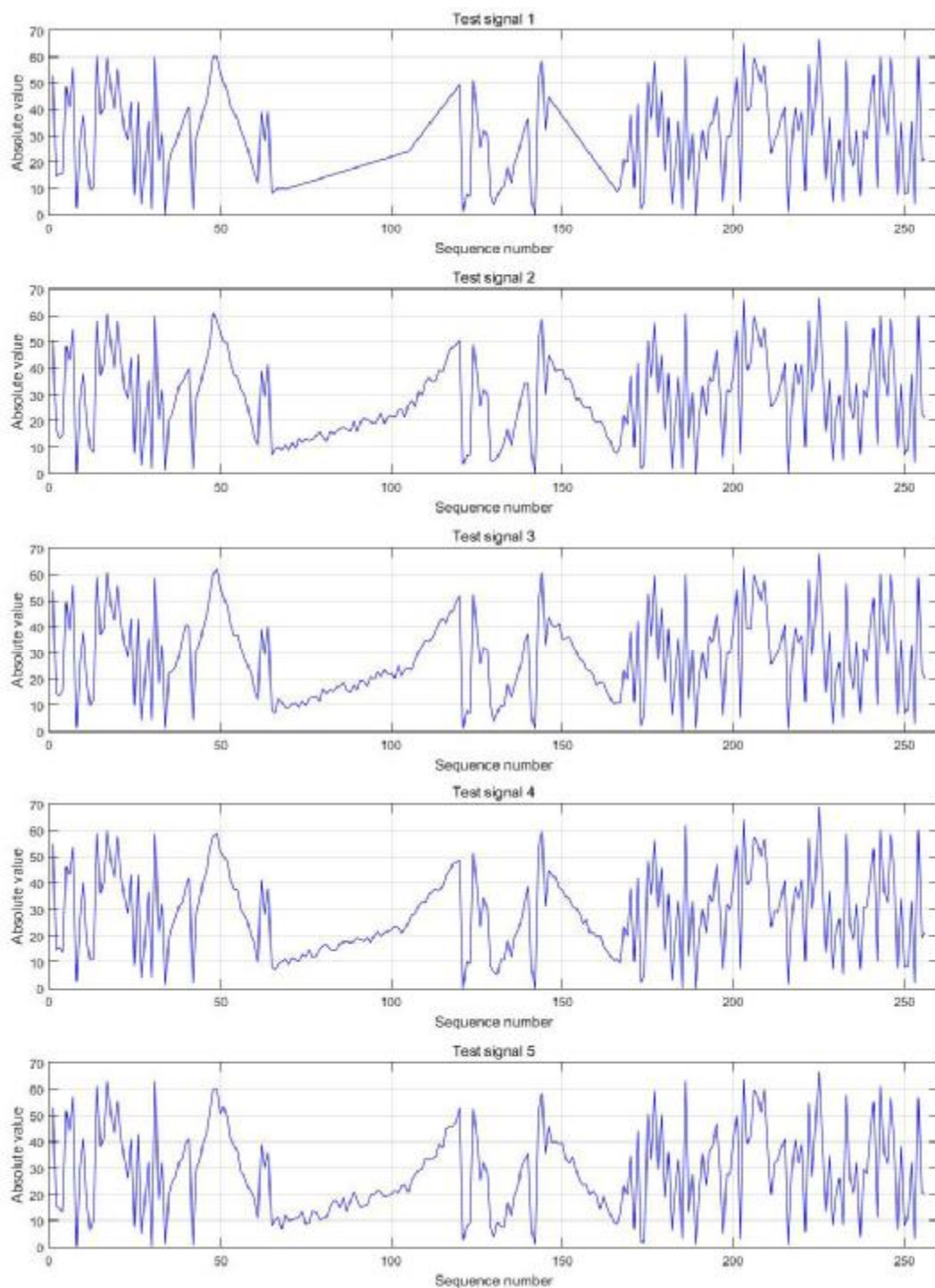


Рисунок Г.1 – Тестові послідовності значень технологічного параметра механічного лівого моменту для оцінки ефективності застосування дискретних вейвлет-перетворень

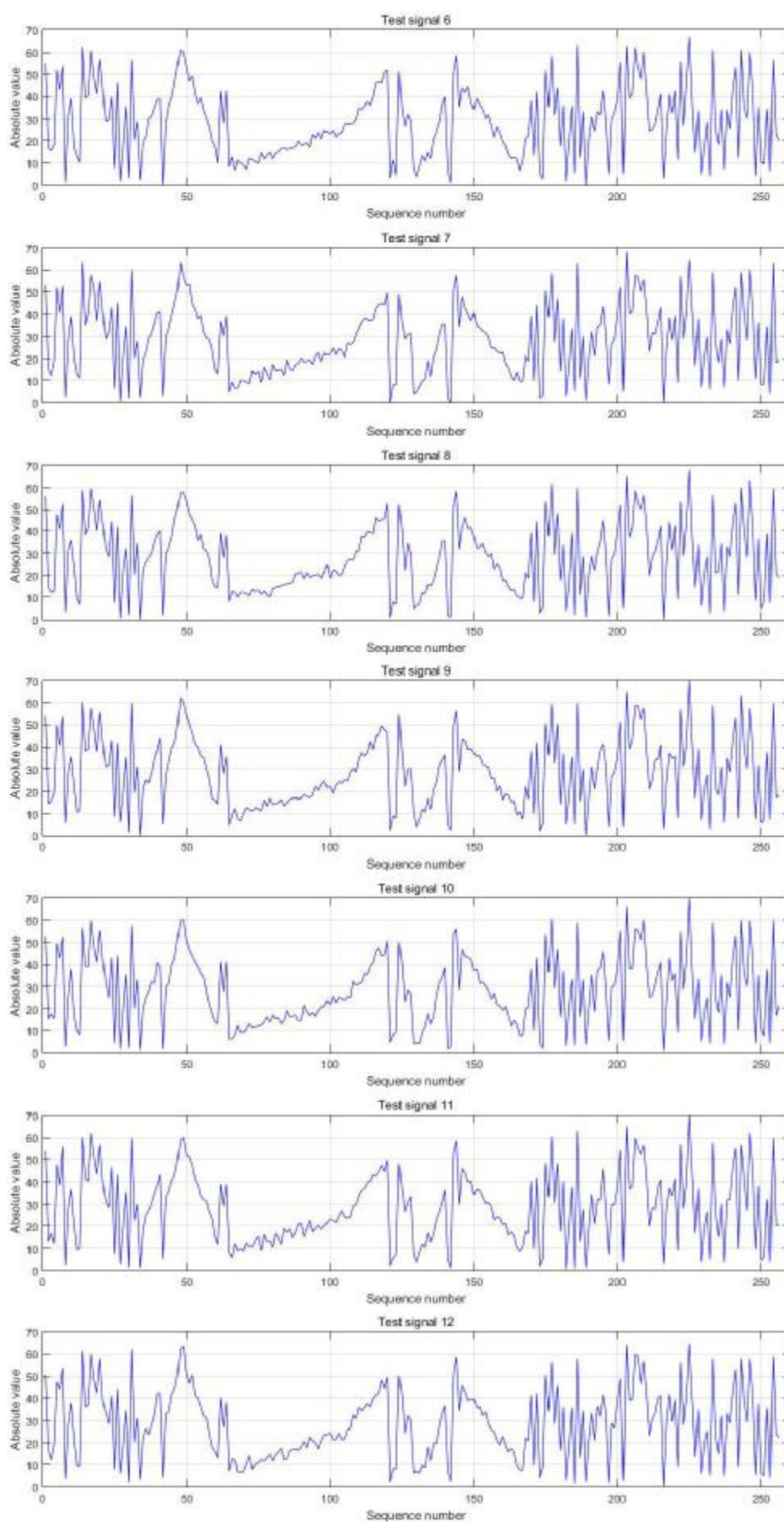


Рисунок Г.1, аркуш 2

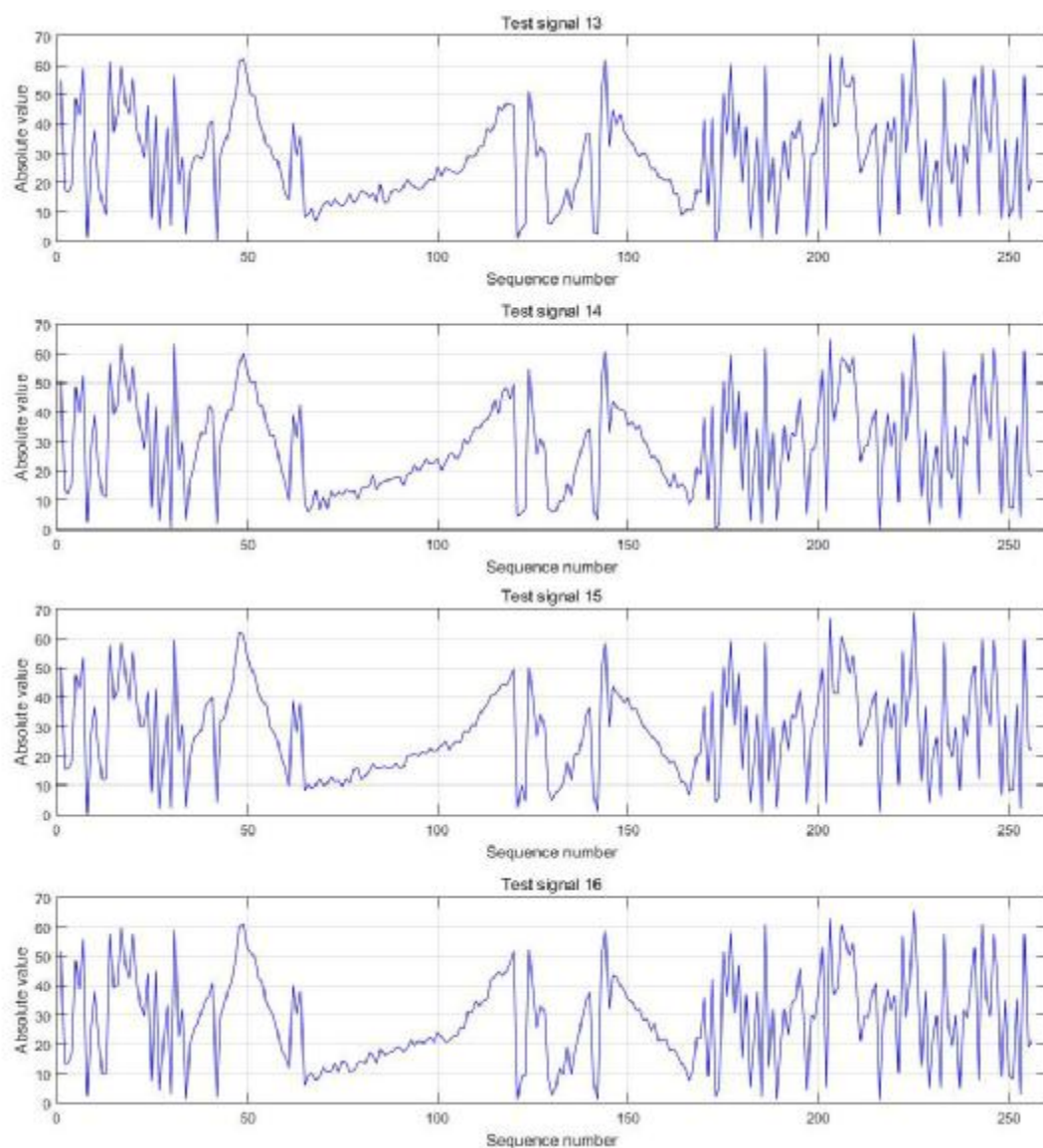


Рисунок Г.1, аркуш 3

ДОДАТОК Д

Акти впровадження результатів дисертаційної роботи



Товариство з обмеженою відповідальністю
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКЕ СПЕЦІАЛЬНЕ КОНСТРУКТОРСЬКЕ БЮРО
ЗАСОБІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Поштова адреса: Україна 76018, м.Івано-Франківськ, а/с 241

тел/факс (0342) 78-40-18; тел. 55-91-98

www.skбza.if.ua; e-mail: skбza@ukr.net

Ідентифікаційний код ЄДРПОУ 04671180

На Ваш № _____ від _____

№ 01/879 від 28.11.2018р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційного дослідження

Ізмайлова Артема Вікторовича

Результати дисертаційного дослідження аспіранта кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника" А.В. Ізмайлова використано:

- при зменшенні надлишковості та архівуванні послідовностей значень технологічних параметрів процесу буріння;
- при проектуванні приладів та систем цифрової обробки інформації систем контролю і керування технологічними процесами буріння, в т.ч. комплексу засобів наземного контролю і керування процесом буріння нафтових і газових свердловин.

Директор ТОВ
«Івано-Франківське спеціальне
конструкторське бюро
засобів автоматизації», к.т.н.



В.С. Вошинський

Міністерство освіти і науки України
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника"

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи



ДВНЗ "Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника"

докт. філософ. наук, проф.

Г.Й. Михайлишин

«13» лютого 2019 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження
Ізмайлова Артема Вікторовича у навчальний процес
факультету математики та інформатики
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника"
від 13 лютого 2019 року м. Івано-Франківськ.

Комісія методичної ради факультету математики та інформатики в складі:
Пилипів В.М. – декан факультету, д.ф.-м.н., проф., голова комісії;
Петришин Л.Б. – завідувач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем, д.т.н.,
проф., член комісії;
Солонськ І.Ф. – заступник начальника навчально-методичного відділу, к.і.н., доц., член
комісії,

розглянула матеріали щодо впровадження результатів дисертаційного дослідження
Ізмайлова Артема Вікторовича в навчальний процес ДВНЗ "Прикарпатський
національний університет імені Василя Стефаника":

1. Публікації за результатами дисертаційного дослідження Ізмайлова Артема
Вікторовича.

2. Робочі програми курсу дисциплін:

2.1 «Перетворення форми інформації», що викладається за програмою підготовки
бакалаврів за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки» та за спеціальністю 126
«Інформаційні системи та технології»;

2.2 «Теорія інформації та кодування», що викладається за програмою підготовки
бакалаврів за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки» та за спеціальністю 126
«Інформаційні системи та технології»;

2.3 «Компоненти систем перетворення форми інформації», що викладається за програмою підготовки бакалаврів за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки»;

3. Підготовлені навчально-методичні матеріали для вивчення перелічених дисциплін.

За результатами проведеної роботи комісією встановлено:

Теоретичні, науково-методологічні та практичні результати дисертаційного дослідження Ізмайлова Артема Вікторовича використані при підготовці навчально-методичних матеріалів, зокрема робочих програм з дисциплін «Перетворення форми інформації», «Теорія інформації та кодування», «Компоненти систем перетворення форми інформації».

Методичні підходи, розроблені у дисертаційній роботі, покладено в основу ряду практичних занять із вказаних дисциплін.

Застосування в навчальному процесі факультету математики та інформатики ДВНЗ "Прикарпатський національний університет ім. В.Стефаника" матеріалів дисертаційного дослідження Ізмайлова Артема Вікторовича дало змогу адаптувати вказані комплекси дисциплін до умов трансформаційних процесів в освіті, поглибити їх теоретико-методологічні основи та підвищити якість підготовки фахівців зі спеціальностей 122 «Комп'ютерні науки» та 126 «Інформаційні системи та технології».

Декан факультету математики та інформатики,

доктор фізико-математичних наук, професор

В.М. Пилипів

Завідувач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем,

доктор технічних наук, професор

Л.Б. Петришин

Заступник начальника навчально-методичного відділу

кандидат історичних наук, доцент

І.Ф. Солонець

Міністерство освіти і науки України
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника"



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
ДВНЗ "Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника"
докт. фіз.-матем. наук, проф.
А.В. Загороднюк
«13.» лютого 2019 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження
Ізмайлова Артема Вікторовича в науково-дослідній роботі
кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем
факультету математики та інформатики
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника"
від 13 лютого 2019 року м. Івано-Франківськ.

Комісія наукової ради факультету математики та інформатики в складі:

Загороднюк А.В. – проректор з наукової роботи, д.ф.-м.н., професор, голова комісії;

Пилипів В.М. – декан факультету, д.ф.-м.п., професор, член комісії;

Петришин Л.Б. – завідувач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних систем, д.т.н., професор, член комісії;

розглянула матеріали щодо впровадження результатів дисертаційного дослідження Ізмайлова Артема Вікторовича в науково-дослідній роботі ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника" та склала цей акт про те, що результати, отримані в дисертаційній роботі Ізмайлова А.В., використано та впроваджено при виконанні науково-дослідної роботи за темою «Теоретичні та методичні основи побудови комп'ютерних компонентів та систем на базі біторієнтованої вертикальної інфотехнології», номер державної реєстрації: 0111U004751.

Категорія роботи: фундаментальна.

Зокрема, у вказаній науково-дослідній роботі:

- здійснено дослідження в напрямку теоретичних та методичних основ перетворення форми та цифрової обробки інформації;
- опрацьовано методи, моделі, структури, алгоритми та засоби перетворення форми та цифрової обробки інформації;
- розроблено метод цифрової обробки інформації на основі трійкового симетричного ортогонального перетворення;
- розроблено метод цифрової обробки інформації на основі трійкового симетричного вейвлет-перетворення.

Голова комісії

проф. А.В. Загороднюк

Члени комісії

проф. В.М. Пилипів

проф. Л.Б. Петришин

ДОДАТОК Е

Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації

- [1] I. Holub, and A. Izmailov, “Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions – Analiza właściwości transformaty falkowej na podstawie trójkowych symetrycznych funkcji,” *Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego AGH*, no. 35, pp. 87-94, 2018.
- [2] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Трійкові симетричні функції та їх застосування у цифровій обробці інформації,” *Системи обробки інформації*, № 4 (141), с. 41-44, 2016.
- [3] А. В. Ізмайлов, “Ефективність застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації,” *Методи та прилади контролю якості*, № 1 (40), с. 97-104, 2018.
- [4] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Цифрова обробка інформації в розосереджених системах управління із застосуванням швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій,” *Системи обробки інформації*, № 3 (154), с. 79-89, 2018.
- [5] А. В. Ізмайлов, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування у комп’ютеризованих системах діагностування та контролю параметрів процесів і середовищ,” *Системи обробки інформації*, № 3 (158), с. 54-64, 2019.
- [6] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Аналіз властивостей систем трійкових симетричних функцій та їх застосування для цифрової обробки інформації у комп’ютеризованих системах управління,” в *Інформаційні технології: сучасний стан та перспективи. Монографія за заг. ред. В.С. Пономаренка*, Х., ТОВ «ДІСА ПЛЮС», 2018, с. 208-222.

- [7] A. Izmailov, and L. Petryshyn, "Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms," in *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kiev, 2017, pp. 836-841.
- [8] A. Izmailov, "Symmetric Ternary Wavelet Transform and Its Application in Digital Information Processing," in *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Lviv, 2019, pp. 1127-1132.
- [9] T. Volchok, M. Petryshyn, A. Izmailov, and A. Kostiuk, "Signal decomposition techniques on ternary symmetrical functions," in *Materialy 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2014, p. 286.
- [10] A. Izmailov, "Properties of bases and function systems, the effectiveness of their use in digital information processing," in *Materialy 51 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, Polska, 2014, p. 271.
- [11] A. В. Ізмайлов, "Аналіз властивостей лінійно збіжних дискретних базисів та систем функцій," в *Інформатика, інформаційні системи та технології : матеріали XII Всеукр. конф. студентів і молодих науковців*, Одеса, 2015, с. 58-59.
- [12] A. Izmailov, "Effectiveness analysis of bases and function systems used in digital information processing," in *Materialy 52 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2015, p. 281.
- [13] A. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, "Аналіз базисів та систем функцій, обґрунтування ефективності застосування трійкових симетричних функцій у цифровій обробці інформації," в *Методи і засоби діагностики в техніці та соціумі : матеріали V Міжнародної міжвузівської школи-семінару*, Івано-Франківськ, 2015, с. 41-44.
- [14] A. В. Ізмайлов, "Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів," в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я : матеріали XXIV Міжнар. наук.-практ. конф., Ч.IV*, Харків, 2016, с. 141.

- [15] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій у вейвлет-аналізі цифрових сигналів,” в *Інформаційні технології – 2016 : матеріали III Української конф. молодих науковців*, Київ, 2016, с. 170-172.
- [16] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2017 : матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2017, с. 169-170.
- [17] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2017, с. 60-62.
- [18] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, “Властивості методів частотного аналізу цифрових сигналів,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2017, с. 63-65.
- [19] I. Holub, and A. Izmailov, “Properties of Methods for Frequency Analysis of Digital Signals,” in *Materialy 54 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2017, p. 262.
- [20] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2017, с. 187-190.
- [21] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я :*

тези доповідей XXV Міжнар. наук.-практ. конф. MicroCAD-2017, Харків, 2017, с. 84.

- [22] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкових симетричних функцій для цифрової обробки сигналів на основі ортогональних перетворень,” в *Інформаційні системи і технології : матеріали Шостої Міжнародної науково-технічної конференції*, Харків, 2017, с. 232-233.
- [23] А. В. Ізмайлов, “Застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації,” в *Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації : тези доповідей Шостої Міжнародної науково-практичної конференції*, Вінниця, 2017, с. 93-96.
- [24] А. В. Ізмайлов, “Трійкові симетричні функції та їх застосування для цифрової обробки інформації на основі вейвлет-перетворень,” в *Інформаційні технології в моделюванні ІТМ-2018 : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених*, Миколаїв, 2018, с. 108-109.
- [25] А. В. Ізмайлов, “Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій та способи його швидкого обчислення у цифровій обробці інформації,” в *Проблеми і перспективи розвитку ІТ-індустрії : матеріали Міжнародної науково-практичної конференції*, Харків, 2018, с. 32.
- [26] I. Holub, and A. Izmailov, “Properties Analysis of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions,” in *Materialy 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 271.
- [27] A. Izmailov, “Application Effectiveness of Wavelet Transform Based on Symmetric Ternary Functions,” in *Materialy 55 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego*, Kraków, 2018, p. 274.
- [28] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення та його застосування для цифрової обробки

- інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2018, с. 152-155.
- [29] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для перетворення форми та цифрової обробки інформації у розподілених системах управління в умовах секторної кооперації,” в *Комп’ютерна алгебра та інформаційні технології: праці III Міжнародної науково-практичної конференції*, Одеса, 2018, с. 61-64.
- [30] А. В. Ізмайлов, та Л. Б. Петришин, “Ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для цифрової обробки інформації у розподілених системах управління,” в *Інформаційні системи і технології: матеріали Сьомої Міжнародної науково-технічної конференції*, Коблеве-Харків, 2018, с. 194-197.
- [31] І. І. Голуб, та А. В. Ізмайлов, “Детектування високочастотних характеристик цифрових сигналів на основі трійкового симетричного вейвлет-перетворення,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2018, с. 60-62.
- [32] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного вейвлет-перетворення для підвищення ефективності керування процесом буріння нафтових і газових свердловин,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів*, Івано-Франківськ, 2018, с. 63-64.
- [33] А. В. Ізмайлов, “Застосування трійкового симетричного ортогонального перетворення для підвищення ефективності функціонування пристроїв обліку та контролю параметрів передачі газу,” в *Комп’ютерні науки, інформаційні технології та системи управління: матеріали Міжнародної*

науково-технічної конференції молодих вчених, аспірантів та студентів, Івано-Франківськ, 2018, с. 65-66.

- [34] А. В. Ізмайлов, “Методи та засоби трійкових симетричних перетворень для цифрової обробки інформації,” в *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції*, Івано-Франківськ, 2019, с. 126-129.

Відомості про апробацію результатів дисертації

- XII Всеукраїнська конференція студентів і молодих науковців *«Інформатика, інформаційні системи та технології»*, (Одеса, 2015 р.) – заочна форма участі, тези доповідей;
- Międzynarodowa 51 sesja Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego AGH (*Conference of Student’s Scientific Circles AGH*), (Krakow, 2014 r.) – очна форма участі, доповідь;
- Międzynarodowa 52, 53, 54, 55 sesja Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego AGH (*Conference of Student’s Scientific Circles AGH*), (Krakow, 2015 r., 2016 r., 2017 r., 2018 r.) – заочна форма участі, тези доповідей;
- V Міжнародна міжвузівська школа-семінар *«Методи і засоби діагностики в техніці та соціумі»*, (Івано-Франківськ, 2015 р.) – очна форма участі, матеріали конференції;
- Звітна наукова конференція викладачів, докторантів, аспірантів та студентів ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», (Івано-Франківськ, 2016 р., 2017 р., 2018 р., 2019 р.) – очна форма участі, доповідь;
- V та VI Міжнародна науково-практична конференція *«Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації»*, (Вінниця, 2016 р., 2017 р.) – заочна форма участі, дистанційна доповідь;

- XXIV та XXV Міжнародна науково-практична конференція *«Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я»* (MicroCAD), (Харків, 2016 р., 2017 р.) – заочна форма участі, матеріали конференції;
- III Всеукраїнська конференція молодих науковців *«Інформаційні технології – 2016»*, (Київ, 2016 р.) – заочна форма участі, тези доповідей;
- II та III Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених *«Інформаційні технології в моделюванні»* (ITM), (Миколаїв, 2017 р., 2018 р.) – заочна форма участі, матеріали конференції;
- Міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених, аспірантів та студентів *«Комп'ютерні науки, інформаційні технології та системи управління»* (CSYSC), (Івано-Франківськ, 2017 р., 2018 р.) – очна форма участі, доповідь;
- Міжнародна науково-практична конференція *«Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання»*, (Івано-Франківськ, 2017 р., 2018 р., 2019 р.) – очна форма участі, доповідь;
- *IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2017)*, (Kyiv, 2017) – очна форма участі, стендова доповідь;
- VI та VII Міжнародна науково-технічна конференція *«Інформаційні системи і технології»* (ICT), (Коблеве-Харків, 2017 р., 2018 р.) – заочна форма участі, матеріали конференції;
- Міжнародна науково-практична конференція *«Проблеми і перспективи розвитку IT-індустрії»*, (Харків, 2018 р.) – заочна форма участі, матеріали конференції;
- III Міжнародна науково-практична конференція *«Комп'ютерна алгебра та інформаційні технології»* (KAIT-2018), (Одеса, 2018 р.) – заочна форма участі, матеріали конференції;
- *IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (IEEE UKRCON-2019)*, (Lviv, 2019) – очна форма участі, стендова доповідь.