

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Міністерство освіти і науки України

Вінницький національний технічний університет
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ШУМИЛЯК ЛІЛІЯ МИХАЙЛІВНА

УДК 004.942; 536.2

ДИСЕРТАЦІЯ

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КРИСТАЛІЗАЦІЇ
СПЛАВІВ МЕТОДОМ НЕПЕРЕРВНИХ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи
технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Л.М. Шумиляк

Науковий керівник

Остапов Сергій Едуардович
доктор фізико-математичних наук,
професор

Чернівці – 2018

АНОТАЦІЯ

Шумиляк Л.М. Моделювання процесів кристалізації сплавів методом неперервних клітинних автоматів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці. – Вінницький національний технічний університет, Вінниця, 2018.

Задачі чисельного моделювання неоднорідних динамічних систем є досить актуальними на сьогодні, оскільки дозволяють спостерігати еволюційні закономірності таких систем в режимі реального часу, особливо коли мова йде про задачі із нелінійними параметрами матеріалів, складними граничними та початковими умовами, фазовими переходами з рухомими межами тощо. У переважній більшості таких випадків аналітичні розв'язки отримати майже неможливо, а класичні числові методи розв'язку, засновані на різницевих схемах, можуть бути нестійкими. Класична модель фізичних процесів ґрунтується на диференціальних рівняннях. Але практичне застосування її не дає змоги отримати прийнятні результати. В реальних практичних задачах вона часто застосовується у найпростіших випадках з низкою обмежень та припущень. У зв'язку з цим, останнім часом все більшої популярності набувають альтернативні підходи. Широко застосовуються гнучкі – імітаційні або агентні моделі, де кожному агенту можна приписати свої правила поведінки. Одним з таких підходів моделювання є метод клітинних автоматів (КА). Він забезпечує не тільки опис фізичних властивостей матеріалу, але й може передбачати зміни на мікрорівні. Зокрема процеси теплопереносу природним чином апроксимуються неперервними моделями клітинних автоматів. Саме створення якісної моделі процесу дозволяє на основі проведених обчислювальних експериментів прогнозувати властивості отриманого матеріалу.

Моделювання процесів теплообміну в даний час набуває все більш значної ролі в зв'язку з тим, що для сучасної науки і техніки необхідний достовірний прогноз таких процесів, експериментальне вивчення яких в лабораторних або натурних умовах дуже складне і дороге, а в деяких випадках просто неможливе.

Дисертаційна робота присвячена розвитку та реалізації науково-практичних засад математичного моделювання технологічних процесів кристалізації сплавів за допомогою методу неперервних асинхронних клітинних автоматів.

Метою дослідження є підвищення ефективності процесу вирощування кристалів шляхом моделювання його динаміки на основі розробки асинхронних клітинно-автоматних моделей дифузійних та теплових явищ з фазовими переходами першого роду.

В основу дисертаційної роботи покладені методи теорії клітинних автоматів (для побудови КА-моделі процесу теплопровідності, дифузії та сегрегації); класичні обчислювальні методи: використовувалися аналітичні та числові методи розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними; методи комп'ютерного моделювання (при створенні програмного продукту); методи комп'ютерного експерименту (для емпіричного підтвердження отриманих результатів).

Отримано наступні наукові результати:

- вперше розроблена неперервна асинхронна клітинно-автоматна модель процесів теплопровідності та дифузії, яка дозволяє отримати розв'язок задачі теплопровідності в будь-який момент часу, що дає змогу визначити залежність часу однієї клітинно-автоматної взаємодії від розмірності клітинно-автоматного поля, розмірів та теплових параметрів модельованої системи;
- вперше запропоновано клітинно-автоматну модель процесу кристалізації матеріалу, яка дозволяє описати розподіл домішки у твердій та рідкій фазах та комірчастий ріст, і, на відміну від попередніх, дає змогу зафіксувати момент переходу до концентраційного переохолодження та визначити характер комірчастого росту;

- вперше побудована клітинно-автоматна модель процесу росту зерен при рівномірному охолодженні бінарного розплаву, яка, на відміну від існуючих моделей, демонструє самовільне утворення зародку та динаміку росту зерен;
- дістав подальшого розвитку метод моделювання дифузійних та теплових процесів з урахуванням фазового переходу першого роду, що базується на моделі клітинного автомату, який, на відміну від відомого методу, дозволяє отримати кількісні результати моделювання в будь-який момент часу.

В рамках даного дисертаційного дослідження здійснено моделювання теплових і дифузійних процесів, що супроводжуються фазовими переходами для визначення властивостей отриманого матеріалу при заданих умовах проведення експерименту. Оскільки багато фізичних властивостей кристалічних матеріалів, отриманих шляхом кристалізації, визначаються розподілом домішки в розплаві і її можливістю накопичуватися у вигляді окремих зерен або комірок, вибір деякого режиму може призвести до погіршення механічних, електрофізичних властивостей матеріалу. Це є однією з причин їх крихкості. Для дослідження оптимальних умов вирощування напівпровідникових матеріалів, які володіють потрібними властивостями, на виробництві необхідне проведення ряду експериментів. Витрати часу, а також трудових і матеріальних ресурсів не завжди є можливими.

Поставлено і розв'язано актуальну науково-прикладну задачу розробки нових методів моделювання дифузійних та теплових процесів з фазовими переходами та впровадження їх у лабораторії напівпровідникового термоелектричного матеріалознавства, що дозволяє суттєво підвищити ефективність досліджень за рахунок зменшення вартості та скорочення часових витрат.

Представлено опис методу клітинних автоматів в застосуванні до моделювання дифузійних та теплових процесів із фазовими переходами та алгоритм реалізації асинхронного КА-підходу. Зроблений розрахунок часу однієї КА-взаємодії, який дає можливість відображення не тільки якісної, але і кількісної сторони модельованого процесу, тобто визначити параметри

процесу в конкретні моменти часу. Представлена КА-модель для відтворення процесу кристалізації бінарних сплавів, з урахуванням сегрегації і залежності температури фазового переходу від складу матеріалу, що, за умови перевищення швидкості росту кристала критичної, може призводити до явища концентраційного переохолодження і, відповідно, до нерівномірної геометрії фронту кристалізації. Представлена КА-модель, яка дозволяє змоделювати процес комірчастого росту кристалів та росту зерен при рівномірному охолодження розплаву.

Проведене зіставлення вже відомих теоретичних і експериментальних даних та результатів чисельних розв'язків для декількох задач теплопровідності з відповідними результатами обчислювальних експериментів, що проводились із застосуванням методу асинхронних клітинних автоматів.

Зростання вимог до якості напівпровідникових матеріалів зумовлює модернізацію існуючих технологій їх отримання. Досить актуальною задачею у виробництві різноманітних напівпровідникових речовин, які отримуються методом зонної плавки, є підвищення відсотку виходу корисного для подальшого використання матеріалу. Очевидно, що на цей відсоток впливають умови вирощування. Пошук оптимальних параметрів отримання матеріалів звичайно можна виконувати на основі реальних експериментів, але це призводить до додаткових економічних витрат. В той же час, побудова комп'ютерних моделей процесів отримання матеріалів та проведення над ними ряду обчислювальних оптимізаційних експериментів дозволяє значно скоротити ці витрати.

Удосконалено методику проведення технологічного процесу отримання багатокомпонентних сплавів методом зонної плавки шляхом застосування алгоритму пошуку оптимальних умов вирощування.

Реалізовано автоматизоване управління експериментальною установкою зонного вирощування, що дає можливість проводити вирощування кристалів з високою точністю дотримання потрібних умов експерименту. Це, в свою чергу, дозволяє отримати на виході матеріал, який відповідає високим вимогам якості.

Проведені дослідження дозволили отримати такі результати:

1. Проведений аналіз чисельних методів для задач, що розглядаються у дисертаційній роботі, продемонстрував універсальність методу КА, який, на відміну від класичних методів, може бути використаний з невеликими модифікаціями в усіх розглянутих випадках.

2. Досліджене і вирішене питання отримання кількісних результатів за допомогою методу асинхронних клітинних автоматів. Шляхом проведення ряду обчислювальних експериментів встановлений час однієї клітинно-автоматної взаємодії, який є функцією розмірності клітинно-автоматного поля, розмірів та теплових параметрів зразка. Представлена кількісна модель процесів теплопровідності та дифузії на основі клітинних автоматів, яка дозволяє отримати розв'язок задачі теплопровідності в реальний момент часу.

3. Вперше представлено модель, побудовану методом неперервних асинхронних клітинних автоматів, для опису процесів кристалізації сплавів. Представлена модель описує процес сегрегації домішки при кристалізації, визначає розподіл домішки в розплаві. Побудована модель, на відміну від попередніх, дозволяє не тільки зафіксувати момент переходу до концентраційного переохолодження, але й визначити характер комірчастого росту.

4. Вперше побудована клітинно-автоматна модель для опису процесу росту зерен при рівномірному охолодженні розплаву, яка на відміну від існуючих, демонструє самовільне утворення зародку та динаміку росту зерен.

5. Проведено всебічне тестування побудованої моделі для підтвердження адекватності її застосування, що продемонструвало її високу точність та гнучкість. Відповідність результатів моделювання запропонованим методом підтверджено порівнянням з відомими розв'язками таких класичних задач, як: задачі Стефана, поведінки міжфазної границі при фазових переходах I роду із врахуванням сегрегації, моделюванні комірчастого росту кристалів та росту зерен при рівномірному охолодженні розплаву.

6. За допомогою розробленого програмного продукту проведено комп'ютерні експерименти та отримано параметри виробничого процесу для вирощування нового за складом матеріалу (Sb_2Te_3): швидкість вирощування $V=18$ мм/год, температура нагрівачів $T=760^{\circ}C$, що дозволило уникнути проведення низки реальних експериментів з їх пошуку.

7. Удосконалено методику проведення технологічного процесу отримання термоелектричного матеріалу шляхом застосування побудованих моделей дифузійних та теплових процесів, що супроводжуються фазовими переходами I роду для пошуку оптимальних умов вирощування. Застосування розробленого програмного продукту для пошуку оптимальних параметрів проведення експерименту дозволило скоротити час вирощування методом зонної плавки злитків телуриду вісмуту (Bi_2Te_3) при середніх розмірах зразків 350×20 мм у середньому з 22 до 18 годин, тобто майже на 20%.

8. Результати роботи впроваджено у ТОВ «Інтерм», ТОВ «ВальСофт» та навчальний процес кафедри фізики напівпровідників і наноструктур Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. Прогнозований економічний ефект від використання розробленої комп'ютерної системи за оцінками ТОВ «Інтерм» становитиме 10%.

За результатами теоретичних досліджень розроблений програмний продукт, що реалізує клітинно-автоматну модель процесу теплопровідності і покликаний підвищити ефективність виробництва якісного напівпровідникового матеріалу шляхом проведення обчислювальних експериментів. Програму для моделювання та пошуку оптимальних параметрів проведення процесу зонної плавки передано для дослідної експлуатації до ТОВ «Інтем». Результати роботи впроваджено у навчальний процес кафедри фізики напівпровідників і наноструктур Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича та ТОВ «ВальСофт».

Ключові слова: фазовий перехід першого роду, клітинний автомат, теплопровідність, сегрегація, фронт кристалізації, ріст зерен, зонна плавка.

ABSTRACT

Shumylyak L.M. Continuous cellular automata modeling of alloy crystallization processes. – Qualification scientific work on the rights of manuscripts.

Thesis for obtaining the scientific degree of the Candidate of Technical Sciences in specialty 01.05.02 “The mathematical modeling and numerical methods”. – Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi. – Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, 2018.

The problems of heterogeneous dynamical systems numerical simulation are very relevant today, since they allow observing the evolutionary patterns of such systems in real-time, especially when it comes to problems with nonlinear parameters of materials, complex boundary and initial conditions, phase transitions with moving limits, etc. In the vast majority of such cases, it is almost impossible to obtain analytical solutions, and classical based on difference schemes solution numerical methods may be unstable. The classical model of physical processes is based on differential equations. But practical application of it does not allow us to receive acceptable results. In real practical tasks it is often used in the simplest cases with a number of limitations and assumptions. In this regard, alternative approaches are increasingly popular in recent years. Widely used flexible – imitation or agent models, where each agent can be attributed their own rules of conduct. The method of cellular automata (CA) is one of such simulation approach. It provides not only a description of the physical properties of the material but also can provide for changes at the micro-level. In particular, heat transfer processes are naturally approximated by continuous models of cellular automata. Just creation of a qualitative model of the process on the basis of computational experiments allows to predict the properties of the resulting material.

Heat transfer processes simulation is now becoming increasingly important due to the fact that for modern science and technology requires a reliable forecast of such processes, the experimental study of which in laboratory or in situ conditions is very complicated and expensive and in some cases it is simply impossible.

This thesis is devoted to development and implementation of the scientific principles of mathematical modeling of first order phase transformations processes by using continuous asynchronous cellular automata method.

The purpose of this study is to increase efficiency of crystal growth process by modeling its dynamics based on the development of asynchronous cellular automaton models of diffusion and thermal phenomena with first-order phase transitions.

The basis of the dissertation work is based on the methods of the theory of cellular automata (for the CA-model construction for heat conduction, diffusion and segregation processes); classical computational methods: analytical and numerical methods for differential equations with partial derivatives solving were used); methods of computer simulation (when creating a software product); experiment (for empirical confirmation of the results).

The following scientific results are obtained:

- the continuous asynchronous cellular automaton model of heat conduction and diffusion processes was developed for the first time, which allows a heat conduction problem solution obtaining at any given time. It allows to determine the time dependence of one cellular automata interaction on the cellular automata field size and thermal parameters of the simulated system;

- the cellular automata model of the crystallization process of a material was proposed for the first time, that allows the impurities distribution describing in the solid and liquid phases and cell growth, and, unlike the previous ones, allows to fix the moment of transition to the supercooling concentration and determine the character of cell growth;

- the cellular automata model of the grain growth process was created with uniform cooling of the binary melt for the first time, which, unlike the existing models, demonstrates the unauthorized germ formation and the dynamics of grain growth;

- diffusion and thermal processes with first order phase transition simulation method, based on the model of asynchronous cellular automaton, which, unlike the

known method, allows to obtain quantitative simulation results at any moment of time was further developed.

The simulation of thermal and diffusion processes accompanied by phase transformations was carried out to determine the properties of the obtained material under given conditions of the experiment in this thesis research. Since many physical properties of crystalline materials obtained by crystallization are determined by the distribution of impurities in the melt and its ability to accumulate in the form of individual grains or cells, the choice of a certain regime can lead to deterioration of the mechanical, electrophysical properties of the material. This is one of the reasons for their fragility. A number of experiments are needed on production to study the optimum conditions for growing semiconductor materials that have the required properties. Time costs, as well as labor and material resources, is not always possible.

The actual scientific and applied task of developing new methods for modeling diffusion and thermal processes with phase transitions and introducing them into the laboratory of semiconductor thermoelectric material science has been posed and solved, which allows to significantly improve the efficiency of research by reducing cost and reducing time costs.

A description of the method of cellular automata in the application to the diffusion and thermal processes simulation with phase transformations and the algorithm implementation of the asynchronous CA-approach. The calculation of one CA-interaction time, which enables to reflect not only the qualitative, but also the quantitative aspect of the modeled process, is presented to determine the parameters of the process at specific moments of time. The CA-model for reproduction of the process of crystallization of binary solutions, taking into account the segregation and the dependence of the temperature of the phase transition from the composition of the material is presented, which, if the critical crystal growth rate is exceeded, can lead to a concentration overcooling phenomenon and, accordingly, to the uneven geometry of the crystallization front. The CA-model is presented, which allows to simulate the process of crystals cell growth and the grains growth with uniform cooling of the melt.

A comparison of already known theoretical and experimental data and the results of numerical solutions for several problems of thermal conductivity with the corresponding results of computational experiments carried out using the method of asynchronous cellular automata has been carried out.

The growth of the requirements for the semiconductor materials quality leads to the modernization of existing technologies for their receipt. Rather urgent problem in the manufacture of various semiconductor materials, obtained by zone melting is increasing the percentage of output useful material for future use. Obviously, this percentage is influenced by growing conditions. Optimal parameters search to obtain materials can usually be performed on the basis of actual experiments, but this leads to additional economic costs. At the same time, computer models building, obtaining and holding them over a number of computational experiments optimization can significantly reduce these costs.

The methodology of the technological process conducting of obtaining multicomponent alloys by zone smelting method has been improved by applying an algorithm for optimal growing conditions finding.

The automated control of the experimental setup of zone cultivation has been realized, which makes it possible to cultivate crystals with high accuracy adherence to the necessary experimental conditions. This, in turn, allows you to get output material that meets high quality requirements.

The deduced studies allowed to obtain the following results:

1. The analysis of numerical methods for the tasks considered in the dissertation paper has demonstrated the universality of the CA-method, which, unlike classical methods, can be used with minor modifications in all considered cases.

2. The question of obtaining quantitative results using the method of asynchronous cellular automata is investigated and resolved. One cellular automata interaction time is set by conducting a series of computational experiments, which is a function of the dimension of the cellular automaton field, size and thermal parameters of the sample. The quantitative model of heat conduction and diffusion

processes based on cellular automata is obtained, which allows obtaining a solution of the heat conduction problem in real time.

3. For the first time a model constructed by the method of continuous asynchronous cellular automata was presented and studied, for the description of processes of crystallization of alloys. The presented model describes the process of segregation of the impurity during crystallization, determines the distribution of impurities in the melt and cell growth of the crystallization front. The constructed model, unlike the previous ones, allows not only to fix the transition moment to the concentration overcooling, but also to determine the character of cell growth.

4. A cellular automata model was developed for the first time to describe the grains growth with uniform melt cooling, which, unlike existing ones, demonstrates the arbitrary formation of the nucleus and the dynamics of grain growth.

5. A comprehensive testing of the constructed model was conducted to confirm the adequacy of its application, which demonstrated the high accuracy and flexibility of the proposed model. The correspondence of the simulation results with the method of continuous cellular automata was tested for the solution of the classical problem of heat conduction with first ordered phase transition and diffusion, Stefan's problem for the interphase boundary behavior modeling, taking into account segregation, for modeling crystals cell growth and grain growth with uniform cooling of the melt.

5. A comprehensive testing of the constructed model has been carried out to confirm the adequacy of its application, which demonstrated its high accuracy and flexibility. The correspondence of the simulation results with the proposed method is confirmed by a comparison with known solutions of such classical problems as Stefan's problem, the behavior of the interphase boundary at first-order phase transitions, taking into account segregation, modeling of cellular growth of crystals and grain growth with uniform cooling of the melt.

6. Computer experiments were carried out and the parameters of the production process for growing the new material composition (Sb_2Te_3) were obtained with the help of the developed software: the growth rate $V=18$ mm/h, the temperature of the

heaters $T=760^{\circ}\text{C}$, which avoided carrying out a number of real experiments with their search.

7. Technological process conducting methodology of obtaining a thermoelectric material has been improved through the application of the constructed models of diffusion and thermal processes accompanied by first-order phase transformations for the of cultivation optimal conditions search. The application of the developed software product to find optimal parameters for conducting the experiment allowed to shorten the time of telluride bismuth ingots (Bi_2Te_3) by the zone melting method with average sample sizes of 350x20 mm on average from 22 to 18 hours, that is almost 20%.

8. The results of the work were introduced into the educational process of the Semiconductor Physics and Nanostructures Department of Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ltd “ValSoft” and Ltd “Interm”. The estimated economic effect of the developed computer system use will be 10% according to Ltd “Interm” estimates.

According to the results of theoretical research, a software product that implements a cellular automaton model of the heat conduction process is developed and designed to improve the efficiency of the production of semiconductor material quality through computational experiments. The program for modeling and optimum parameters searching for the zone melting process is transferred for experimental exploitation to Ltd “Interm”. Results of the work were introduced into the educational process of Semiconductor Physics and Nanostructures Department of Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University and Ltd “ValSoft”.

Keywords: first order phase transition, cellular automata, heat conductivity, segregation, front of crystallization, grains growth, zone melting.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ:

- [1] L. Shumylyak, V. Zhikharevich, and S. Ostapov, “Modeling of impurities segregation phenomenon in the melt crystallization process by the continuous cellular automata technique”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 290, pp. 336–354, 2016.
- [2] В. Жихаревич, та Л. Шумиляк, “Использование непрерывных клеточных автоматов для моделирования процессов теплопроводности в системах с фазовыми переходами первого рода”, *Международный научный журнал “Компьютинг”*, том 12(2), с. 142–150, 2013.
- [3] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, та С.Е. Остапов, “Клітинно-автоматне моделювання перерозподілу домішки під час кристалізації розплаву”, *Вісник Хмельницького національного університету*, №1(257), с.242-250, 2018.
- [4] Л. М. Шумиляк, В. В. Жихаревич, та С. Е. Остапов, “Дослідження методу асинхронних клітинних автоматів при застосуванні в задачах теплопровідності”, *Системи обробки інформації*, № 1(152), с. 74-79, 2018.
- [5] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, и С.Э. Остапов, “Моделирование явления сегрегации примеси в процессе кристаллизации расплава методом непрерывных клеточных автоматов”, *Прикладная дискретная математика*, № 1(31), с. 104–118, 2016.
- [6] В. В. Жихаревич, та Л. М. Шумиляк, “Аппроксимация решения нестационарного уравнения теплопроводности методом вероятностных непрерывных асинхронных клеточных автоматов для одномерного случая”, *Компьютерные исследования и моделирование*, т. 4(2), с. 293–301, 2012.
- [7] В.В. Жихаревич, Л.М. Шумиляк, Л.Т. Струтинская, и С.Э. Остапов, “Построение и исследование непрерывной клеточно-автоматной модели процессов теплопроводности с фазовыми переходами первого рода”, *Компьютерные исследования и моделирование*, т. 5(2), с. 141–152, 2013.

- [8] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, та С.Е. Остапов, «Комп'ютерна система для моделювання, оптимізації та керування процесом зонного вирощування кристалів», *Науковий вісник Чернівецького університету “Комп'ютерні системи та компоненти”*, т. 6(1), с.80–85, 2015.
- [9] В. Жихаревич, Л. Шумиляк, та С. Остапов, “Автоматизация управления процессом выращивания кристаллов при вертикальной зонной плавке”, *Автоматизированные технологии производства*, №1 (15), с. 36–42, 2017.
- [10] L. Shumylyak, V. Zhikharevich, and S. Ostapov, “Cellular automata modeling of impurities segregation in the melt crystallization process”, *International Journal of Computing*, Vol.14(4), pp. 216–226, 2015.
- [11] L. Shumylyak, and V. Zhikharevich, “Application of Method of Continuous Asynchronous Cellular Automata for Simulation of Heat Conduction with First Order Phase Transitions”, in *Proc. Third International Conference “High Performance Computing”*, Kyiv, 2013, pp. 358–361.
- [12] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Особливості моделювання процесів дифузії та теплопровідності методом неперервних асинхронних клітинних автоматів”, на *XX міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я” (MicroCAD-2012)*, Харків, 2012, с. 52.
- [13] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Моделювання процесів теплопровідності із фазовими переходами першого роду методом неперервних асинхронних клітинних автоматів”, на *XXI міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я” (MicroCAD-2013)*, Харків, 2013, с. 56.
- [14] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Система пошуку оптимальних параметрів керування вирощуванням легованих матеріалів на основі клітинно-автоматної моделі процесу”, на *XXII міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я” (MicroCAD-2014)*, Харків, 2014, с. 237.

- [15] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Побудова моделі процесу вирощування монокристалів за допомогою методу асинхронних клітинних автоматів для проведення оптимізаційних обчислювальних експериментів”, на *III міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми інформатики та комп’ютерної техніки”*, Чернівці, 2014, с. 114–116.
- [16] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Використання методу рухомих клітинних автоматів при моделюванні процесів росту кристалів”, на *XXIII міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я”*, Харків, 2015, с. 43.
- [17] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Дослідження умов виникнення концентраційного переохолодження за допомогою клітинно-автоматної моделі процесу зонної плавки матеріалу”, на *XV міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми інформатики та моделювання”*, Одеса, 2015, с. 115.
- [18] В. В. Жихаревич, та Л. М. Шумиляк, “Особливості паралельної організації процесів клітинно-автоматного моделювання в операційній системі Windows”, на *міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми інформатики та комп’ютерної техніки” (ПІКТ-2016)*, Чернівці, 2016, с. 84.
- [19] В. Жихаревич, та Л. Шумиляк, “Оптимізація програми клітинно-автоматного моделювання зонного вирощування кристалів”, на *міжнародній науковій конференції, присвяченій 80-річчю від дня народження М.П. Ленюка*, Чернівці, 2016, с. 126-127.
- [20] Л. Шумиляк, та В. Жихаревич, “Шляхи прискорення клітинно-автоматних обчислень програмними засобами”, на *III міжнародній науково-технічній конференції “Інформатика, управління та штучний інтелект»*, Харків, 2016, с. 94.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	20
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТА ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	Error! Bookmark not defined.
1.1 Математична модель процесів дифузії і теплопровідності з фазовими переходами.....	Error! Bookmark not defined.
1.2 Огляд сіткових методів для чисельного розв'язку рівняння теплопровідності.....	Error! Bookmark not defined.
1.3 Математична модель процесів, що виникають при кристалізації бінарних сплавів	Error! Bookmark not defined.
1.4 Моделі клітинних автоматів.....	Error! Bookmark not defined.
1.4.1 Історія розвитку клітинних автоматів	Error! Bookmark not defined.
1.4.2 Класифікація. Основні напрями сучасного розвитку клітинних автоматів	Error! Bookmark not defined.
1.4.3 Математична модель клітинного автомата	Error! Bookmark not defined.
1.4.4 Модифікації клітинних автоматів. Области застосування	Error! Bookmark not defined.
РОЗДІЛ 2 ПОБУДОВА АСИНХРОННОЇ КЛІТИННО-АВТОМАТНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ КРИСТАЛІЗАЦІЇ БІНАРНИХ СПЛАВІВ	Error! Bookmark not defined.
2.1 Алгоритмічна реалізація асинхронного підходу	Error! Bookmark not defined.
2.2 Клітинно-автоматна формальна модель процесу теплопровідності з фазовим переходом.....	Error! Bookmark not defined.
2.3 Моделювання росту зерен при рівномірному охолодженні розплаву	Error! Bookmark not defined.
2.4 Встановлення часу однієї клітинно-автоматної взаємодії	Error! Bookmark not defined.

2.5 Висновки до розділу 2	Error! Bookmark not defined.
РОЗДІЛ 3 АПРОБАЦІЯ АСИНХРОННОЇ КЛІТИННО-АВТОМАТНОЇ МОДЕЛІ ДИФУЗІЙНИХ І ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ІЗ ФАЗОВИМИ ПЕРЕХОДАМИ.....	Error! Bookmark not defined.
3.1 Апроксимація розв’язку нестационарного рівняння теплопровідності методом асинхронних клітинних автоматів	Error! Bookmark not defined.
3.2 Тестування клітинно-автоматної моделі для задачі Стефана.....	Error! Bookmark not defined.
3.3 Аналіз результатів застосування КА-моделі для моделювання сегрегації	Error! Bookmark not defined.
3.4 Перевірка моделі асинхронних клітинних автоматів на прикладі явища концентраційного переохолодження	Error! Bookmark not defined.
3.5 Підтвердження адекватності застосування моделі асинхронних клітинних автоматів для моделювання росту зерен при рівномірному охолодженні	Error! Bookmark not defined.
3.5 Висновки до розділу 3	Error! Bookmark not defined.
РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗОННОГО ВИРОЩУВАННЯ КРИСТАЛІВ	Error! Bookmark not defined.
4.1 Опис процесу зонного вирощування	Error! Bookmark not defined.
4.2 Створення програмного продукту	Error! Bookmark not defined.
4.2.1 Особливості клітинно-автоматного моделювання процесу вертикальної зонної плавки	Error! Bookmark not defined.
4.2.2 Опис можливостей програми моделювання та управління процесом зонної плавки	Error! Bookmark not defined.
4.2.3 Особливості роботи із програмою моделювання процесу вирощування матеріалу методом зонної плавки.....	Error! Bookmark not defined.
4.2.4 Шляхи оптимізації клітинно-автоматних обчислень програмними засобами	Error! Bookmark not defined.
4.2.5 Організація управління процесом вирощування матеріалу методом зонної плавки	Error! Bookmark not defined.

4.2.6 Результати апробації роботи системи моделювання та управління процесом зонного вирощування	Error! Bookmark not defined.
4.3 Висновки до розділу 4	Error! Bookmark not defined.
ВИСНОВКИ	Error! Bookmark not defined.
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	27
ДОДАТКИ.....	148
ДОДАТОК А. Лістинг частини коду програми моделювання процесу кристалізації сплавів методом асинхронних клітинних автоматів .	Error! Bookmark not defined.
ДОДАТОК Б. Акти впровадження результатів дисертаційної роботи	Error! Bookmark not defined.
ДОДАТОК В. Список опублікованих праць за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації	Error! Bookmark not defined.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Задачі чисельного моделювання неоднорідних динамічних систем є досить актуальними на сьогодні, оскільки дозволяють спостерігати еволюційні закономірності таких систем в режимі реального часу, особливо коли мова йде про задачі із нелінійними параметрами матеріалів, складними граничними та початковими умовами, фазовими переходами з рухомими межами тощо. У переважній більшості таких випадків аналітичні розв'язки отримати майже неможливо, а класичні числові методи розв'язку, засновані на різницевих схемах, можуть бути нестійкими. Класична модель фізичних процесів ґрунтується на диференціальних рівняннях. Але практичне застосування її не дає змоги отримати прийнятні результати. В реальних практичних задачах вона часто застосовується у найпростіших випадках з низкою обмежень та припущень. У зв'язку з цим, останнім часом все більшої популярності набувають альтернативні підходи. Широко застосовуються гнучкі – імітаційні або агентні моделі, де кожному агенту можна приписати свої правила поведінки. Одним з таких підходів моделювання є метод клітинних автоматів (КА). Він забезпечує не тільки опис фізичних властивостей матеріалу, але й може передбачати зміни на мікрорівні. Зокрема, процеси теплопереносу природним чином апроксимуються неперервними моделями клітинних автоматів [1], [2].

Теорія КА відома з 40-х рр. ХХ століття. Вперше ця ідея була запропонована Джоном фон Нейманом для опису процесів самовідтворення в біології і техніці. Серед класиків клітинно-автоматної теорії, які зробили вагомий внесок у дослідження функціонування КА, варто відзначити таких вчених, як Г. Малинецький, О. Бандман, О. Михальов, К. Біндер, Ф. Мур, Т. Тоффолі, Н. Марголус, С. Вольфрам, Г. Гутовіц та багато інших. Область застосування клітинних автоматів майже безмежна. Цей метод знайшов застосування в математиці та фізиці, а також в біології, економіці, соціології, інформатиці і т.д. через свою простоту. Так, вони широко застосовуються для

моделювання еволюційних, ймовірнісних, коли в них, газо- та гідродинамічних процесів [3].

Сьогодні широке застосування клітинні автомати знайшли й у задачах моделювання фізико-хімічних процесів, зокрема дифузії, протікання рідини, поділу фаз і кристалізації, розвитку дислокацій [4], [5]. Все частіше доводиться стикатися зі складними структурами, які важко описати звичайними методами обчислювальної математики. В таких задачах слід застосовувати альтернативні методи, яким є КА-метод.

Дослідження названих авторів стосувалися розробки і вдосконалення теорії клітинних автоматів. Окремі питання побудови клітинно-автоматних моделей фазових переходів були розглянуті в роботах таких науковців, як В. Дженг, В. Чен, А. Дрес, Р. Маурі, К. Ваннозі, Д. Фіорентіно, М. Д'аморе, Д. Рамшутський, Н. Петерсен та П. Алстром. Моделюванням зерноутворення за допомогою клітинних автоматів займалися такі вітчизняні та зарубіжні науковці: О. Зинов'єв, В. Площикін, А. Ра, Г. Джуільмот та інші.

Розвиток електронної техніки залежить, насамперед, від характеристик матеріалів, що використовуються для її виробництва. Зростання вимог до якості багатокомпонентних сплавів зумовлює модернізацію існуючих технологій їх отримання. Досить актуальною задачею у виробництві кристалів є підвищення відсотку виходу корисного для подальшого використання матеріалу. Очевидно, що на цей відсоток впливають умови вирощування. Пошук оптимальних параметрів отримання матеріалів звичайно можна виконувати на основі реальних експериментів, але це призводить до додаткових економічних витрат. В той же час, побудова комп'ютерних моделей процесів отримання матеріалів та проведення над ними ряду обчислювальних оптимізаційних експериментів дозволяє значно скоротити ці витрати. Метод асинхронних неперервних клітинних автоматів дозволяє змоделювати не лише сам фазовий перехід в процесі кристалізації, а й врахувати домішкову підсистему. Саме характер розподілу домішки та форма фронту кристалізації визначають основні властивості вирощеного матеріалу. Запропонована модель дифузійних та

теплових процесів з фазовими переходами, побудована за допомогою методу асинхронних клітинних автоматів, дає можливість дослідникам в рамках єдиної математичної моделі, представленої у вигляді системи ітераційних рівнянь, вирішити проблему емпіричного підбирання параметрів експерименту шляхом моделювання теплових процесів, не обмежуючись додатковими спрощеннями.

Актуальністю даного дослідження є розробка нових засобів для збільшення ефективності процесу підбирання оптимальних часових та швидкісних параметрів процесу кристалізації сплавів шляхом застосування методів імітаційного моделювання.

Враховуючи все вищесказане, основною задачею дослідження є збільшення ефективності проведення процесу вирощування кристалів та прогнозування властивостей отриманого методом зонної плавки матеріалу в науково-дослідних лабораторіях та виробництві шляхом побудови асинхронної клітинно-автоматної моделі кристалізації сплавів та реалізації отриманої моделі в програмному продукті.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконується відповідно до планів науково-дослідницьких робіт кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича за держбюджетною тематикою: «Математичне та програмне забезпечення обчислювальних систем» (Державний реєстраційний номер 0116U007046).

Мета і завдання дослідження. *Метою дослідження* є підвищення ефективності процесу вирощування кристалів шляхом моделювання його динаміки на основі розробки асинхронних клітинно-автоматних моделей дифузійних та теплових явищ з фазовими переходами першого роду.

Відповідно до поставленої мети в дисертаційній роботі розв'язуються такі основні *задачі*:

1. Провести аналіз існуючих методів моделювання дифузійних та теплових процесів з фазовими переходами, які дозволяють відслідковувати динаміку досліджуваних процесів і явищ.

2. Розробити асинхронну клітинно-автоматну модель, здатну представити не тільки якісну картину процесу теплопровідності, але й визначити кількісні параметри системи в конкретні моменти часу.

3. Змодельовати процес концентраційного переохолодження та продемонструвати комірчастий ріст кристалів.

4. Провести моделювання зерноутворення при рівномірному охолодженні розплаву методом клітинних автоматів.

5. Виконати аналіз адекватності застосування моделей теплових процесів, побудованих методом клітинних автоматів.

6. Розробити комплекс програм, що реалізують зазначену модель процесу теплопровідності методом неперервних клітинних автоматів для проведення обчислювальних експериментів з метою зменшення часових і трудових ресурсів.

7. Впровадити результати роботи у діяльність лабораторій та підприємств.

Об'єкт дослідження: дифузійні та теплові процеси з фазовими переходами при вирощуванні кристалів.

Предмет дослідження: асинхронна клітинно-автоматна модель теплових та дифузійних процесів.

Методи дослідження: в якості апарату досліджень застосовувалися наступні методи: методи теорії клітинних автоматів (для побудови КА-моделі процесу теплопровідності, дифузії та сегрегації); класичні обчислювальні методи: використовувалися аналітичні та числові методи розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними; методи комп'ютерного моделювання (при створенні програмного продукту); експеримент методи комп'ютерного експерименту (для емпіричного підтвердження отриманих результатів).

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

вперше:

- розроблена неперервна асинхронна клітинно-автоматна модель процесів теплопровідності та дифузії, яка дозволяє отримати розв'язок задачі

теплопровідності в будь-який момент часу, що дає змогу визначити залежність часу однієї клітинно-автоматної взаємодії від розмірності клітинно-автоматного поля, розмірів та теплових параметрів модельованої системи;

- запропоновано клітинно-автоматну модель процесу кристалізації розплаву, яка дозволяє описати розподіл домішки у твердій та рідкій фазах та комірчастий ріст, і, на відміну від попередніх, дає змогу зафіксувати момент переходу до концентраційного переохолодження та визначати характер комірчастого росту;

- побудована клітинно-автоматна модель процесу росту зерен при рівномірному охолодженні бінарного розплаву, яка, на відміну від існуючих моделей, демонструє самовільне утворення зародку та динаміку росту зерен;

набуло подальшого розвитку:

- метод моделювання дифузійних та теплових процесів з урахуванням фазового переходу першого роду, що базується на моделі асинхронного клітинного автомату, який, на відміну від відомого методу, дозволяє отримати кількісні результати моделювання в будь-який момент часу.

Достовірність результатів обчислювальних експериментів для задачі моделювання процесів теплопровідності та дифузії підтверджується даними, отриманими при експериментальних дослідженнях.

Адекватність побудованих клітинно-автоматних моделей обумовлена узгодженням результатів досліджень з даними, представленими вітчизняними та зарубіжними літературними джерелами.

Практичне значення отриманих результатів. Удосконалено методику проведення технологічного процесу зонного вирощування кристалів шляхом застосування побудованих моделей дифузійних та теплових процесів для пошуку оптимальних умов отримання матеріалу, що дозволяє зменшити витрати на проведення реальних експериментів.

Результати теоретичних досліджень і розроблених моделей реалізовані у вигляді програмного продукту, який використовується як підтримка технологічного процесу вирощування кристалів телуриду вісмуту у лабораторіях

ТОВ «Інтерм», ТОВ «ВальСофт» та на кафедрі фізики напівпровідників і наноструктур Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Результати дисертаційної роботи впроваджено:

– у ТОВ «Інтерм», де використовується для пошуку оптимальних режимів вирощування кристалів термоелектричного матеріалу, що приводить до зменшення часових та матеріальних ресурсів (акт впровадження від «17» січня 2018 р.);

– у ТОВ «ВальСофт», де використовується фреймворк для візуалізації процесів складних науково-технічних розрахунків (акт впровадження від «5» березня 2018 р.);

– у навчальний процес кафедри напівпровідників і наноструктур Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича в рамках навчальних курсів: «Новітня техніка і технології», «Автоматизація фізичних досліджень», «Фізика напівпровідників і діелектриків» (акт впровадження від «17» жовтня 2017 р.).

Результати теоретичних досліджень викладені у [6] – [25].

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати дисертації одержано автором самостійно.

У працях, надрукованих у співавторстві, автору належить таке: [6] – розробка клітинно-автоматної моделі процесу зерноутворення в малих об'ємах при рівномірному охолодженні; [7], [8] – розробка клітинно-автоматної моделі процесу теплопровідності з фазовим переходом; [9] – розробка клітинно-автоматної моделі процесу теплопровідності, аналіз та інтерпретації отриманих результатів; [10], [11] – розробка клітинно-автоматної моделі перерозподілу домішки при кристалізації; [12] – побудова КА-моделі процесу теплопровідності з врахуванням явища сегрегації, статистична обробка, узагальнення та аналіз отриманих даних; [14] – проведення аналізу методів та вибір найкращого з них, проведення аналізу адекватності КА-моделі; [18], [19] – розробка програмного продукту, особиста участь в апробації результатів дослідження.

Апробація матеріалів дисертації. Основні результати дисертаційного дослідження апробовані і впроваджені в ході практичної діяльності в ТОВ «Інтерм» (м. Чернівці).

Результати досліджень обговорювалися на всеукраїнських і міжнародних наукових конференціях. Зокрема на наукових конференціях: «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я» (Харків, 2012, 2013, 2014, 2015); Third International Conference «High Performance Computing» (Київ, 2013); «Проблеми інформатики та комп'ютерної техніки» (Чернівці, 2014); «Проблеми інформатики та моделювання», (Одеса, 2015); міжнародній науковій конференції, присвяченій 80-річчю від дня народження М.П. Ленюка (Чернівці, 2016); «Інформатика, управління та штучний інтелект» (Харків, 2016); на наукових семінарах кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем та Інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Публікації. По темі дисертації опубліковано 20 робіт, де представлені результати досліджень. З них 10 статей у рецензованих фахових виданнях (з них 1 – в журналі, що включений до наукометричної бази SCOPUS, 4 – в українських фахових виданнях, 1 – в українському виданні, що включене до наукометричної бази Index Copernicus International, 4 – в російських журналах, що включені до наукометричної бази RSCI на платформі Web of Science), в збірниках матеріалів міжнародних наукових конференцій – 10 робіт.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Дисертаційна робота має 43 рисунки, 8 таблиць, 3 додатки. Список використаних джерел містить 144 найменування. Загальний обсяг роботи складає 164 сторінки, обсяг основного тексту – 114 сторінок.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] С.П. Бобков, и Ю.В. Войтко, “Использование систем клеточных автоматов для моделирования нелинейных задач теплопроводности”, *Химия и химическая технология*, том 52 (11), с. 126-128, 2009.
- [2] Н.И. Лиманова, Е.А.Мамзин, и С.Г.Матвеев, “Моделирование процессов теплообмена”, *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*, №3(19), с. 265-269, 2009. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://journals.ssau.ru/index.php/vestnik/article/view/707/708>. Дата обращения: Янв. 5, 2016.
- [3] О.Л. Бандман, “Клеточно-автоматные модели пространственной динамики”, *Системная информатика*, вып. 10, 2005. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://www.softcraft.ru/auto/ca/camod/camod.pdf>. Дата обращения: Янв. 20, 2016.
- [4] В.К. Ванаг, “Исследование пространственно распределённых динамических систем методами вероятностного клеточного автомата”, *Успехи физических наук*, т. 169(5), с. 481-505, 1999.
- [5] Г.Г.Малинецкий, и М.Е.Степанцов, “Моделирование диффузионных процессов клеточными автоматами с окрестностью Марголуса”, *Журнал вычислительной математики и математической физики*, том 36(6). с. 1017-1021, 1998.
- [6] L. Shumylyak, V. Zhikharevich, and S. Ostapov, “Modeling of impurities segregation phenomenon in the melt crystallization process by the continuous cellular automata technique”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 290, pp. 336-354, 2016.
- [7] В.В. Жихаревич, Л.М. Шумиляк, Л.Т. Струтинская, и С.Э. Остапов, «Построение и исследование непрерывной клеточно-автоматной модели процессов теплопроводности с фазовыми переходами первого рода», *Компьютерные исследования и моделирование*, т. 5(2), с. 141-152, 2013.
- [8] В. Жихаревич, и Л. Шумиляк, “Использование непрерывных клеточных автоматов для моделирования процессов теплопроводности в системах с

- фазовими переходами першого роду”, *Международный научный журнал "Компьютинг"*, том 12(2), с. 142-150, 2013.
- [9] В. В. Жихаревич, и Л. М. Шумиляк, “Аппроксимация решения нестационарного уравнения теплопроводности методом вероятностных непрерывных асинхронных клеточных автоматов для одномерного случая”, *Компьютерные исследования и моделирование*, т. 4(2), с. 293–301, 2012.
- [10] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, та С.Е. Остапов, “Клітинно-автоматне моделювання перерозподілу домішки під час кристалізації розплаву”, *Вісник Хмельницького національного університету*, №1(257), с.242-250, 2018.
- [11] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, и С.Э. Остапов, “Моделирование явления сегрегации примеси в процессе кристаллизации расплава методом непрерывных клеточных автоматов”, *Прикладная дискретная математика*, № 1(31), с. 104-118, 2016.
- [12] L. Shumylyak, V. Zhikharevich, and S. Ostapov, “Cellular automata modeling of impurities segregation in the melt crystallization process”, *International Journal of Computing*, Vol.14(4), pp. 216-226, 2015.
- [13] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Особенности моделирования процессов диффузии та теплопроводности методом непрерывных асинхронных клеточных автоматов”, на *XX міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я” (MicroCAD-2012)*, Харків, 2012, с. 52.
- [14] Л. М. Шумиляк, В. В. Жихаревич, та С. Е. Остапов, “Дослідження методу асинхронних клітинних автоматів при застосуванні в задачах теплопроводності”, *Системи обробки інформації*, № 1(152), с. 74-79, 2018.
- [15] L. Shumylyak, and V. Zhikharevich, “Application of Method of Continuous Asynchronous Cellular Automata for Simulation of Heat Conduction with First

- Order Phase Transitions”, in *Proc. Third International Conference “High Performance Computing”*, Kyiv, 2013, pp. 358–361.
- [16] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Моделювання процесів теплопровідності із фазовими переходами першого роду методом неперервних асинхронних клітинних автоматів”, на *XXI міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я” (MicroCAD-2013)*, Харків, 2013, с. 56.
- [17] Л.М. Шумиляк, та В.В. Жихаревич, “Дослідження умов виникнення концентраційного переохолодження за допомогою клітинно-автоматної моделі процесу зонної плавки матеріалу”, на *XV- міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми інформатики та моделювання”*, Одеса, 2015, с. 115.
- [18] Л.М. Шумиляк, В.В. Жихаревич, та С.Е. Остапов, “Комп’ютерна система для моделювання, оптимізації та керування процесом зонного вирощування кристалів”, *Науковий вісник Чернівецького університету “Комп’ютерні системи та компоненти”*, т. 6(1), с.80–85, 2015.
- [19] В. Жихаревич, Л. Шумиляк, та С. Остапов, “Автоматизація управління процесом вирощування кристалів при вертикальній зонній плавке”, *Автоматизированные технологии производства*, №1 (15), с. 36–42, 2017.
- [20] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Система пошуку оптимальних параметрів керування вирощуванням легованих матеріалів на основі клітинно-автоматної моделі процесу”, на *XXII міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я” (MicroCAD-2014)*, Харків, 2014, с. 237.
- [21] В. В. Жихаревич, та Л. М. Шумиляк, “Особливості паралельної організації процесів клітинно-автоматного моделювання в операційній системі Windows”, на *міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми інформатики та комп’ютерної техніки” (ПІКТ-2016)*, Чернівці, 2016, с. 84.

- [22] В. Жихаревич, та Л. Шумиляк, “Оптимізація програми клітинно-автоматного моделювання зонного вирощування кристалів”, на міжнародній науковій конференції, присвяченій 80-річчю від дня народження М.П. Ленюка, Чернівці, 2016, с. 126-127.
- [23] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Використання методу рухомих клітинних автоматів при моделюванні процесів росту кристалів”, на XXIII міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я”, Харків, 2015, с. 43.
- [24] Л. Шумиляк, та В. Жихаревич, “Шляхи прискорення клітинно-автоматних обчислень програмними засобами”, на III міжнародній науково-технічній конференції “Інформатика, управління та штучний інтелект”, Харків, 2016, с. 94.
- [25] В.В. Жихаревич, та Л.М. Шумиляк, “Побудова моделі процесу вирощування монокристалів за допомогою методу асинхронних клітинних автоматів для проведення оптимізаційних обчислювальних експериментів”, на III міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми інформатики та комп’ютерної техніки”, Чернівці, 2014, с. 114–116.
- [26] Б. В. Аверин, В. А.Кудинов, Д. В. Левин, Р. Ж. Габдушев, “Теплопроводность в пластине с нелинейным источником теплоты”, *Вестник Самарского государственного технического университета*, №7, с.116-120, 1999.
- [27] E.A. Agyan, and E. Donets, “Numerical Simulation of Heat Conductivity in Composite Object with Cylindrical Symmetry”, *Lecture Notes in Computer Science*, v.7125, pp.264-269, 2012.
- [28] Virginia Mwelu Kitetu, Thomas Onyango, and Jackson Kioko Kwanza “Determination of one dimensional temperature distribution in metallic bar using Green’s function method”, *American Journal of Applied Mathematics*, vol. 1(4), pp. 55-70, 2013.

- [29] Г.В. Кузнецов, и М.А. Шеремет, *Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие*. Томск, Россия: ТПУ, 2007.
- [30] А.В. Лыков, *Теория теплопроводности*. Москва, Россия: Высш. шк, 1967.
- [31] Г. Карслоу, Д. Егер, *Теплопроводность твердых тел*. Москва, Россия: Наука, 1964.
- [32] С. Колесникова, *Методы решения основных задач уравнений математической физики [уч. пособие]*. Москва, Россия: МФТИ, 2015.
- [33] Э. А. Аринштейн, “Промерзание влажного грунта”, *Вестник Тюменского государственного университета*, № 6, с. 11-14, 2010.
- [34] Д. А. Крылов, *Математическое моделирование температурных полей с учетом фазовых переходов в криолитозоне*. Москва, Россия: Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012.
- [35] З.Г. Тер-Мартirosян, та П.А. Горбачов, “Промерзання ґрунту з урахуванням змінної температури на поверхні і фазових переходів в інтервалі температур”, *Вістник “МГСУ”*, №1, с. 32-36, 2012.
- [36] J. Meseguer, I. Martinez, and J. M. Perales, “Analytical modelling of floating zone crystal growth”, *Advances in Space Research*, vol. 29 (4), pp. 569-574, 2002.
- [37] J.A. Spim, Jr M.J.S. Bernadou, A. Garcia, “Numerical Modelling and Optimisation of Zone Refining”, *Journal of Alloys and Compounds*, pp. 299-305, 2000.
- [38] Y.Chen, W. Hwang, H. Hsieh Tsai-Kun, H. Jenn-Dong, and H. Min-Hsiung, “Thermal simulation of thermoelectric material by zone-melting technique”, *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*, vol. 33(1), pp. 2024, 2012.
- [39] Л.Т. Струтинская, В.В. Жихаревич, “Моделирование процесса роста термоэлектрического материала на основе Bi_2Te_3 методом вертикальной зонной плавки”, *Термоэлектричество*, №: 2, с. 83-91, 2012.
- [40] W. Ames, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. Boston, USA: Academic Press, 1992.

- [41] M.P. Coleman, *An Introductin to Partial Differential Equations with Matlab*. Boston, USA: Chapman & Hall, 2013. [Online]. Available: <https://perhuaman.files.wordpress.com/2014/07/ecuaciones-diferenciales-matlab-matthew-p-coleman.pdf>. Accessed on: Jan, 17, 2017.
- [42] K.W. Morton, D.F. Mayers, *Numerical Solution of Partial Differential Equations: An Introduction*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1994.
- [43] C.A.J. Fletcher *Computational Techniquess for Fluid Dynamics*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1988.
- [44] G. Golub, and J. M. Ortega, *Scientific Computing: An Introduction with Parallel Computing*. Boston, USA: Academic Press, Inc, 1993.
- [45] J. D. Hoffman *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. New York, USA:McGrawHill, 1992.
- [46] Н.Н. Калиткин, *Численные методы*. Москва, Россия: Наука, 1978.
- [47] А.А. Самарский, и П.Н. Вабищевич, *Вычислительная теплопередача*. Москва, Россия: Едиториал, 2003.
- [48] Г. Карслоу, Д. Егер, *Теплопроводность твердых тел*. Москва, Россия: Наука, 1964.
- [49] А.В. Лыков, *Теория теплопроводности*. Москва, Россия: Высшая школа, 1967.
- [50] А.М. Мейрманов, *Задача Стефана*. Новосибирск, Россия: Наука, Сиб. отделение, 1986, 187 с.
- [51] Н.Н. Меркулова, и М.Д. Михайлов, *Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений [учебное пособие]*. Томск, Россия, 2014.
- [52] Г.И. Марчук, *Методы вычислительной математики*. Новосибирск, Россия: Наука. Сиб. отделение, 1973.
- [53] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, *Уравнения математической физики. Изд. 5-е*. Москва, Россия: Наука, 1977.
- [54] Л.И. Турчак, *Основы численных методов*, Москва, Россия: Наука, 1987.
- [55] Н.Н. Яненко, *Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики*. Новосибирск, Россия: Наука, 1967.

- [56] В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, и П.А. Чудов, *Численное моделирование процессов тепло- и массообмена*, Москва, Россия: Наука, 1984.
- [57] А.А. Самарский, и Б.Д. Моисеенко, “Экономичная схема сквозного счета для многомерных задач Стефана”, *Журнал вычислит. математики и матем. физики*, т. 5(5), с. 816-827, 1965.
- [58] А.А. Самарский, и И.В. Фрязинов, “О сходимости локально-одномерной схемы решения многомерного уравнения теплопроводности на неравномерных сетках”, *Журнал вычислит. математики и матем. физики*, т. 11(3), с. 642-657, 1971,
- [59] Б.М. Будаков, Е.Н. Соловьева, и А.Б. Успенский, “Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задачи Стефана”, *Журнал вычисл. математики и матем. физики*, т. 5(5), с. 828-840, 1965.
- [60] П.Н. Вабищевич, *Численные методы решения задач со свободной границей*. Москва, Россия: Изд-во Моск. университета, 1987.
- [61] П.Н. Вабищевич, В.М. Головизнин, Г.Г. Еленин, *Вычислительные методы в математической физике*. Москва, Россия: Изд-во Моск. университета, 1986.
- [62] А.Р. Павлов, *Математическое моделирование процессов тепломассопереноса при фазовых переходах*. Якутск, Россия: Изд-во Якутского госуниверситета, 2001.
- [63] L. Liu, K. Kakimoto, T. Taishi, and K. Hoshikawa, “Computational study of formation mechanism of impurity distribution in a silicon crystal during solidification”, *Journal of Crystal Growth*, vol. 265 (3), pp. 399-409, 2004.
- [64] M. Hui, K. Beatty, K. Blackmore, K. Jackson, “Impurity distribution in InSb single crystals”, *Journal of Crystal Growth*, vol. 174 (1), pp. 245-249, 1997.
- [65] И. Ф. Червоный, и О. П. Головкин, “Исследование микронеоднородности распределения примеси в монокристаллах кремния”, *Прикладная физика*, с. 41-47, 2015.
- [66] К. Ежовский, и О. Денисова, *Физико-химические основы технологии полупроводниковых материалов: учеб. пособие*. СПб, Россия: СЗТУ, 2005.

- [67] J.A. Burton, R.C. Prim, and W.P. Slichter, “The Distribution of Solute in Crystals Growth from the Melt. Part I”, *J.Chem. Phys*, 21 (11), pp. 1987-1991, 1953.
- [68] W.A. Tiller, J.W. Rutter, K.A. Jackson, “The redistribution of solute atoms during the solidification of metals”, *Acta Metall*, 8(4), pp. 428, 1953.
- [69] И.В. Мочалов, *Выращивание оптических кристаллов. Часть 2*. СПб, Россия: СПбГУ ИТМО, 2010.
- [70] W.A. Tiller, J.W. Rutter “The effect of growth conditions upon the solidification of binary alloy”, *Canad. J. Phys*, vol. 34(1), pp. 96-121, 1956.
- [71] T.G.L. Shirtcliffe, H.E. Huppert, and M.G. Worster, *Crystal Growth*, 1991.
- [72] W.W. Mullins, and R.F. Sekerka, “Stability of a planar interface during solidification of a dilute binary alloy”, *J. Appl. Phys*, V. 35(20), pp. 444-451, 1964.
- [73] C. Zheng, “Interaction between recrystallization and phase transformation during intercritical annealing in a cold-rolled dual-phase steel: A cellular automaton model”, *Acta Mater*, 61, pp. 5504-5517, 2013.
- [74] C. Zheng, “Prediction of post-dynamic austenite-to-ferrite transformation and reverse transformation in a low-carbon steel by cellular automaton modeling”, *Acta Mater*, v. 60, pp. 4768-4779, 2012.
- [75] А.А. Самарский, и А.В Гулин, *Устойчивость разностных схем*. Москва, Россия: Наука, 1973. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://samarskii.ru/books/book1973.pdf>. Дата обращения: Янв. 18, 2016.
- [76] Т.В. Михайловская, А.И. Михалев, и А.И. Гуда, “Исследование правил клеточных автоматов для моделирования процессов затвердевания квазиравновесных бинарных сплавов”, *Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы*. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://aaecs.org/mihailovskaya-tv-mihalev-ai-guda-ai-issledovanie-pravil-kletochnih-avtomatov-dlya-modelirovaniya-processov-zatverdevaniya-kvaziravnovesnih-binarnih-splavov.html>. Дата обращения: Дек. 5, 2017.

- [77] Т. Тоффоли, и Н.Марголус, *Машины клеточных автоматов*, Москва, Россия: Мир, 1991.
- [78] Д. А. Шлагов, и Е. В.Решетникова, “Клеточные автоматы в вычислительной гидродинамике”, *Инновационные технологии в науке и образовании*, 3(7), с. 212-214, 2016.
- [79] S. Wolfram, “Cellular Automaton Fluids 1: Basic Theory”, *Journal of Statistical Physics*, vol. 45, pp. 471-525, 1986.
- [80] C. Boldea, “A Particle Cellular Automata Model for Fluid Simulations”, *Math. Compp. Sci. Ser*, vol. 36(2), pp. 35-41, 2009.
- [81] Дж. Нейман, *Теория самовоспроизводящихся автоматов. Пер. с англ.* Москва, Россия: Мир, 2010.
- [82] A. Pickover, and A. Clifford, *The Math Book: From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics*, Sterling: Sterling Publishing Company, 2009.
- [83] A. Burks, *Essays on Cellular Automata*. Urbana, Illinois: University of Illinois Press, 1970.
- [84] N. Wiener, and A. Rosenblueth, “The mathematical formulation of the problem of conduction of impulses in a network of connected excitable elements, specifically in cardiac muscle”, *Arch. Inst. Cardiologia de Mexico*, v. XVI(3), pp. 205-265, 1946.
- [85] M. Gardner “The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game “life”, *Scientific American*, v. 223(4), pp.120-123, 1970.
- [86] M. Gardner, “On cellular automata, self-reproduction, the garden of eden and the game of “life”, *Scientific American*, v. 224(2), pp. 112-115, 1971.
- [87] T. Toffoli, “Cellular Automata Mechanics”, PhD thesisi, University of Michigan, Technical Report No. 208, 1977.
- [88] S. Wolfram, “Theory and Applications of Cellular Automata”, *World Scientific Advanced Series on Complex Systems*, vol. 1, 559 pp, 1986.
- [89] S. Wolfram, “Statistical mechanics of cellular automata”, *Reviews of Modern Physics*, №55, pp. 601-644, 1983.

- [90] S. Wolfram, “Universality and complexity in cellular automata”, *Physica D*, № 10, pp. 1-35, 1984.
- [91] D. Farmer, and T. Toffoli, “Cellular Automata. Proceedings of an Interdisciplinary Workshop held at Los Alamos National Laboratory”, *North-Holland Publ*, pp. 7-11, 1984.
- [92] H. Gutowitz, “Cellular Automata: Theory and Experiment”, *Proceeding of the Conference on Cellular Automata held at the Center for Nonlinear Studies*, pp. 9-12, 1989.
- [93] U. Frisch, B. Hasslacher, and Y. Pomeau, “Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation”, *Physical Review Letters*, 56(16), pp. 1505-1508, 1986.
- [94] N. Margolus, T. Toffoli, and G. Vichniac, “Cellular-automata supercomputers for fluid-dynamics modeling”, *Physical Review Letters*, 56(16), pp. 1694-1696, 1986.
- [95] G. Doolen, “Lattice Gas Methods for Partial Differential Equations”, *Workshop on Large Nonlinear Systems held at Los Alamos National Laboratory*, volume 4, 1987.
- [96] G. Doolen, “Lattice Gas Methods for PDE's: Theory, Applications and Hardware”, *NATO Advanced Research Workshop held at the Center for Nonlinear Studies*, pp. 6-8, 1989.
- [97] U. Frish, “Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions”, *Complex systems*, vol.1, pp. 649-707, 1987.
- [98] A.K. Gunstensen, and D.H. Rothman, “A lattice-gas model for three immiscible fluids”, *Physica D*, vol.47, pp. 47-52, 1991.
- [99] S. Wolfram *A New Kind of Science*. IL, USA: Wolfram Media, 2002. [Online]. Available: <http://www.wolframscience.com/nks/>. Accessed on: Jan 10, 2016.
- [100] W. Li, N. H. Packard, and C. Langton, “Transition Phenomena in Cellular Automata Rule Space”, *Physica D*, № 45, pp. 77-94, 1990.
- [101] H. Chate, P. Manneville, “Criticality in cellular automata”, *Physica D*, № 45, pp.122-135, 1990.

- [102] H. Gutowitz, “A Hierarchical Classification of Cellular Automata”, *Physica D*, № 45, pp. 136-156, 1990.
- [103] H. McIntosh, “Wolfram's class IV automata and a good Life”, *Physica D*, №45, pp. 105-121, 1990.
- [104] А. А. Самарский, *Компьютеры и нелинейные явления: Информатика и современное естествознание*. Москва, Россия: Наука, 1988.
- [105] Г.Г. Малинецкий, М.С. Шакаева, *Клеточные автоматы в математическом моделировании и обработке информации. Препринт*. Москва, Россия: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 1994.
- [106] M. Droz, and B. Chopard, “Cellular Automata approach to physical problems”, *Helvetica Physica Acta*, vol.61, pp. 801-816, 1988.
- [107] D. Levermore, and B. Boghosian, “Deterministic cellular automata with diffusive behaviour”, *Cellular Automata and Modeling of Complex Physical Systems*, pp.118-129, 1990.
- [108] Г.Г. Малинецкий, и М. С. Шакаева, *Применения клеточных автоматов в моделировании процессов диффузии*. М, Россия: ИПМ, 1995.
- [109] M. Smith, “Cellular Automata in Mathematical Modelling and Data Processing”, *Physica D*, № 45. pp. 271-277, 1994.
- [110] В.В. Жихаревич, и С.Э. Остапов, “Моделирование процессов самоорганизации и эволюции систем методом непрерывных асинхронных клеточных автоматов”, *Компьютинг*, том 8, Вып. 3. с. 61-71, 2009.
- [111] Schiff J. *Cellular Automata: A Discrete View of the World* :Wiley. 2008.
[Online]. Available: <https://www.download-geek.com/download/book/Cellular%20Automata:%20A%20Discrete%20View%20Of%20The%20World.html?aff.id=6079>. Accessed on: Sept. 9, 2017.
- [112] С. Добрынин, *Компьютерное моделирование методом подвижных клеточных автоматов*. Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011.
- [113] N. Metropolis, and S. Ulam, “The Monte Carlo method”, *Amer. Statistical Assoc*, vol. 44. pp. 335-341, 1949.

- [114] A. Chatterjee, and D. Vlachos, “An overview of spatial microscopic and accelerated kinetic Monte-Carlo methods”, *J. Computer-Aided Mater. Des.*, vol. 14, pp. 253-308, 2007.
- [115] L. Nurminen, A. Kuonen, and K. Kaski, *Kinetic Monte-Carlo simulation on patterned substrates*, *Phys. Rev*, № 63, pp. 1-7, 2000.
- [116] A. V. Matveev, E. I. Latkin, and V. I. Elokhin, “Turbulent and stripes wave patterns caused by limited CO ads diffusion during CO oxidation over Pd (110) surface: kinetic Monte Carlo studies”, *Chem. Eng. J.* vol. 107, pp. 181-189, 2005.
- [117] О.Л. Бандман, “Дискретное моделирование физико-химических процессов”, *Прикладная дискретная математика*, №. 3, с. 33-49, 2009. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://mi.mathnet.ru/pdm131>. Дата обращения: Авг. 12, 2016.
- [118] A. Kireeva, “Parallel implementation of totalistic cellular automata model of stable patterns formation”, *Parallel Computing Technologies*, vol. 7979, pp. 347-360, 2013.
- [119] О.Л. Бандман, “Методы композиции клеточных автоматов для моделирования пространственной динамики”, *Вестник Томского государственного университета*, том. 9 (1), с. 183-193, 2004.
- [120] О.Л. Бандман, “Режимы функционирования асинхронных клеточных автоматов, моделирующих нелинейную пространственную динамику”, *Прикладная дискретная математика*, № 1(27), с. 105-119, 2015. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://mi.mathnet.ru/pdm487>. Дата обращения: Сент. 12, 2015.
- [121] K.V. Kalgin, “Domain Specific Language and Translator for Cellular Automata Models of Physico-Chemical Processes”, *Proc. of PaCT*, pp. 166-174, 2011.
- [122] А.С. Чернявская, и С.П. Бобков, “Моделирование процесса теплопереноса в движущейся жидкости”, *Вестник ИГЭУ*, вып. 4, С. 10-15, 2014.

- [123] М. Степанцов, “Применение клеточных автоматов для математического моделирования динамических процессов”, автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. фіз.-мат. наук, МГУ, М, 1998. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://fizmathim.com/primenenie-kletochnyh-avtomatov-dlya-matematicheskogo-modelirovaniya-dinamicheskikh-protssessov>. Дата обращения: Сент. 12, 2016.
- [124] Э.Р. Абашева, и Э.М. Кольцова, “Моделирование процессов в нанореакторе на примере кристаллизации железа в мезапористой матрице диоксида кремния”, *Успехи в химии и химической технологии*, Том XIX, с. 105-109, 2005.
- [125] В. Chopard, and M. Droz, *Cellular Automata Modeling of Physical Systems*, Cambridge, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [126] Т.В. Михайловська, “Математичне моделювання металургійних процесів з фазовими перетвореннями на основі клітинних автоматів”: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 01.15.02, Металургійна академія, Дніпропетровськ, 2008, [Електронний ресурс]. Доступно: <http://referatu.net.ua/referats/7569/176706>. Дата звернення: Лют. 17, 2016.
- [127] J. M. Benito, and P. Hernánde, “Modelling segregation through cellular automata: a theoretical answer”, *WP-AD*, 2007, pp. 16.
- [128] Т.С. Schelling, “Dynamic Models of Segregation”, *Journal of Mathematical Sociology*, № 1 (2), pp. 143-186, 1971.
- [129] K.G. F. Janssens, “An introductory review of cellular automata modeling of moving grain boundaries in polycrystalline materials”, *Mathematics and Computers in Simulation*, 80 (7), pp. 1361-1381, 2010.
- [130] R. Golab, D. Bachniak, K. Bzowski, and L. Madej, “Sensitivity Analysis of the Cellular Automata Model for Austenite-Ferrite Phase Transformation in Steels”, *Applied Mathematics*, 4, pp. 1531-1536, 2013.

- [131] W.J. Boettinger, S.R. Coriell, and A.L. Greer, “Solidification microstructures: recent developments, future directions”, *Acta Mater*, vol. 48, pp. 43-70, 2000.
- [132] Н. Лякишева, *Диаграммы состояния двойных металлических систем*. Москва, Россия: Машиностроение, 1997.
- [133] Т.Б. Иванова, Н.Н. Ермакова, и В.В. Васькин, “Модель клеточного автомата для моделирования фазовой структуры переохлажденного бинарного сплава”, *Вестник удмуртского университета*, № 4, с. 115-124, 2006.
- [134] M. Krupiński, K. Labisz, L. Dobrzański, and Z. Rdzawski, “Image analysis used for aluminium alloy microstructure investigation”, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, vol. 42, pp. 58-65, 2010.
- [135] M. Zhu, and C. Hong, D. Stefanescu and Y. Chang, “Computational Modeling of Microstructure Evolution in Solidification of Aluminum Alloys”, *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 38 B, pp. 517-524, 2007, [Online]. Available: <http://public.cntech.com.cn/Public/Uploads/ckfinder/userfiles/files/Computational%20Modeling%20of%20Microstructure%20Evolution%20in%20Solidification%20of%20Aluminum%20Alloys.pdf>. Accessed on: Sept. 23, 2017
- [136] О.Л. Бандман, “Параллельная реализация клеточно-автоматных алгоритмов моделирования пространственной динамики”, *Сиб. журн. вычисл. матем.*, №10, с. 335-348, 2007.
- [137] Дж. Рихтер, *Windows для профессионалов: создание эффективных Win32-приложений с учетом специфики 64-разрядной версии Windows*. Спб, Россия: Русская Редакция, 2008.
- [138] М. М. Гоник, и В. И. Боевкин, “Повышение точности управления температурным режимом в установках выращивания кристаллов”, *Управление большими системами: сборник трудов*, № 28, с. 211-229, 2010.
- [139] А.В. Бородин, В. А. Бородин, К. Н. Смирнов, Д. Б. Ширяев, Д. Н. Францев, и М. В. Юдин, “Установка для выращивания

- монокристаллов сапфира методом Киропулоса с устройством динамического взвешивания кристалла и автоматическим управлением с обратной связью”, *Научное приборостроение*, т. 24(3), с. 92-98, 2014.
- [140] С.П. Саханский, “Управление процессом выращивания монокристаллов германия на основе контактного метода измерения”, дис. докт. техн. наук : 05.13.06, Красноярск, 2009.
- [141] J. Winkler, M. Neubert, and J. Rudolph, “A Review of the Automation of the Czochralski Crystal Growth Process”, *Acta Physica Polonica A*, Vol. 124, pp. 181-192, 2013.
- [142] С.С. Табултаев, “Модели процессов выращивания оптических кристаллов для синтеза промышленных систем автоматического управления”, дис. канд. техн. наук : 05.13.07, Ленинград, 1984.
- [143] Л.И. Ридико, “Контроллер шагового двигателя”. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://kazus.ru/shemes/showpage/0/843/1.html>. Дата обращения: Авг, 22, 2017.
- [144] “TRITON 6004ТС. Регистрация (измерение) сигналов термопар”, 2012. [Электронный ресурс]. Доступно: <http://terex.kiev.ua/index.php/izmeriteli-temperature-napryazheniya/termopara-triton-6004tc.html>. Дата обращения: Авг, 22, 2017.