

**С. В. Бевз, к. т. н., доц.; В. В. Войтко, к. т. н., доц.; С. М. Бурбело**

## ГРАФО-АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК СХЕМ НАДІЙНОСТІ НА ЕОМ

У статті здійснюється графо-аналітичний розрахунок надійності схем з використанням булевої матриці повних взаємозв'язків та проведення матричного аналізу складних структурних схем надійності технічних систем за допомогою ЕОМ. Контамінаційний підхід щодо єдності графічного та інформаційного відображення надійнісних структур, який запропоновано в програмі, дозволяє скористатися спільним джерелом інформації як для покрокової візуалізації методу розрахунку, так і для формування розрахункової моделі надійності.

**Актуальність.** Синтез програмного забезпечення розрахунку та оцінки надійності схем уможливлюється при створенні ефективних алгоритмів розрахунку на основі математичного апарату теорії надійності. Значна частина практичних задач, зокрема в галузі електротехніки, не можуть бути розв'язані традиційними методами, позаяк останні є ресурсомісткими й вимагають надто громіздких алгоритмічних реалізацій обробки об'ємних масивів даних, наприклад, структури електричної мережі. Дані масиви інформації, як правило, включають мало заповнені структури матриць, що зумовлює невіртуалізовану велику трудомісткість алгоритмічних операцій при програмній реалізації на ЕОМ. Однією з таких задач є оцінка надійності технічних систем із складною структурою. Більшість розроблених методів [1] оцінки надійності таких систем спрямовані на їх ускладнення в процесі пошуку розв'язку, що унеможливає його знаходження за допомогою ЕОМ. Зважаючи на це, доцільно використовувати спеціальні алгоритми спрощення структурних схем надійності [2, 3].

**Постановка задачі на дослідження.** Досліджуючи можливості використання імовірнісних методів матричного аналізу [4] в розрахунках складних структурних схем надійності, розглянемо граф мережі розподіленого резервування (див. рис. 1) з матрицею безпосередніх зв'язків, яка є симетричною відносно головної діагоналі, квадратною матрицею з одиничними діагональними елементами та елементами, що складають булеві функції прямого з'єднання між вузлами схеми. Базовим показником надійності виступає імовірність безвідмовної роботи віток мережі  $P_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ,  $j = 1, \dots, 6$ . Відмови кожного блоку схеми є незалежними подіями, які виключають можливість проходження сигналу між відповідними вузлами схеми [3].

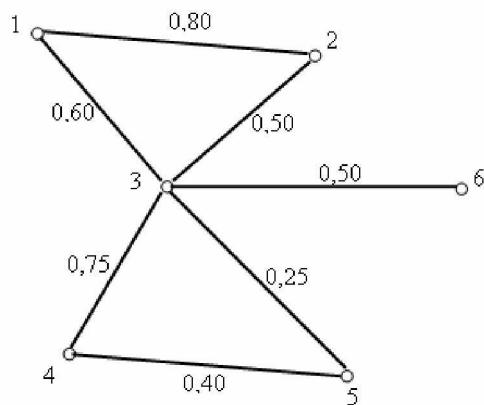


Рис. 1. Граф мережі розподіленого резервування

Матриця безпосередніх взаємозв'язків складена за графічною схемою мережі матиме вигляд:

1	$P_{12}$	$P_{13}$	0	0	0
$P_{12}$	1	$P_{23}$	0	0	0
$P_{13}$	$P_{23}$	1	$P_{34}$	$P_{35}$	$P_{36}$
0	0	$P_{34}$	1	$P_{45}$	0
0	0	$P_{35}$	$P_{45}$	1	0
0	0	$P_{36}$	0	0	1

Визначені області матриці дозволяють подати її у вигляді блочної:  $\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D \end{bmatrix}$ , тут:

1	$P_{12}$	$P_{13}$
$P_{12}$	1	$P_{23}$
$P_{13}$	$P_{23}$	1
0	0	0
0	0	0
$P_{34}$	$P_{35}$	$P_{36}$
1	$P_{45}$	0
$P_{45}$	1	0
0	0	1

 $= A;$  $= B;$  $= D;$ 

**Матричний аналіз схемної надійності.** Реалізуючи у даному підході принцип вкладених матриць [4], проведемо розгортання матриці взаємозв'язків із симетричної субматриці (блок D):

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & P_{45} & 0 \\ \hline P_{45} & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline P_{34} \\ \hline P_{35} \\ \hline P_{36} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline P_{34} + P_{45} \cdot P_{35} \\ \hline P_{35} + P_{34} \cdot P_{45} \\ \hline P_{36} \\ \hline \end{array}$$

У результаті кон'юнкції субматриці D і відповідного вектору елементів матриці взаємозв'язків отримаємо функціональні елементи першого рядка на порядок **вищої** субматриці:

1	$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{36}$
$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	1	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	0
$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	1	0
$P_{36}$	0	0	1

Визначивши ключовим елементом блоку A імовірність безвідмовної роботи вітки між вузлами 2 та 3 графа мережі схеми (рис. 1), проведемо процедуру розв'язки трикутного контуру, доповнюючи взаємозв'язки субматриці A за принципом вкладених матриць. Отримана таким чином субматриця описує верхній трикутник графа **мережі** схеми взаємозв'язків контуру 1-2-3:

1	$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$
$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	1	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$
$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$	1

Виділивши блок другого трикутного контуру 3-4-5 (рис.1), запишемо матрицю взаємозв'язків для усієї мережі. При цьому взаємний вплив контурів не береться до уваги:

1	$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$	0	0	0
$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	1	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$	0	0	0
$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$	1	$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{36}$
0	0	$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	1	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	0
0	0	$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	1	0
0	0	$P_{36}$	0	0	1

Враховуючи вузли, які входять до різних контурів, включаючи і окремі вітки графа мережі, розрахуємо повну матрицю взаємозв'язків:

1	$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$	$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot [P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}]$	$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot [P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}]$	$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot P_{36}$
$P_{12} + P_{13} \cdot P_{23}$	1	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot [P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}]$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot [P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}]$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot P_{36}$
$P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}$	$P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}$	1	$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{36}$
$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot [P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}]$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot [P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}]$	$P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}$	1	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	$[P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}] \cdot P_{36}$
$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot [P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}]$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot [P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}]$	$P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}$	$P_{45} + P_{34} \cdot P_{35}$	1	$[P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}] \cdot P_{36}$
$[P_{13} + P_{12} \cdot P_{23}] \cdot P_{36}$	$[P_{23} + P_{12} \cdot P_{13}] \cdot P_{36}$	$P_{36}$	$[P_{34} + P_{35} \cdot P_{45}] \cdot P_{36}$	$[P_{35} + P_{34} \cdot P_{45}] \cdot P_{36}$	1

Елементи даної матриці репрезентують булеві функції, які враховують усі можливі шляхи поєднання вузлів, окрім циклів між  $i$  та  $j$  – вузлами.

**Програмна реалізація графічного аналізу складних структурних схем надійності.** При розгляді методів оцінки надійності складних технічних систем з точки зору їх автоматизації і Автоматика – 2006

програмної реалізації постає низка задач, таких як, наприклад, проблема введення даних і способу збереження їх у пам'яті. Складна система, що розглядається, подається у вигляді графа. Досі найпопулярнішим способом введення графів у пам'ять ЕОМ є формування файлу вхідних даних у табличному форматі. За достатньо великих об'ємів даних і складної структури системи цей спосіб є незручним і найчастіше неможливим. Формування таблиці, що репрезентує складну структуру даних, пов'язане з високою концентрацією уваги та високим ризиком автоматичної помилки оператора. Крім того, збереження графа в пам'яті ЕОМ у табличному вигляді не є ефективним з точки зору швидкості доступу до окремих елементів графа, оскільки вимагає повного перебору всіх комірок таблиці як єдиного шляху доступу до шуканого елементу.

Для підвищення ефективності збереження графа в пам'яті ЕОМ та доступу до його елементів у програмі використовуються засоби об'єктно-орієнтованого програмування. Це дозволяє розглядати елементи графів як цілісні об'єкти, що мають певні характерні властивості та поведінку. Підвищення абстракції даних дає змогу значно спростити процес програмування, оскільки наближує машинні засоби до предметної галузі. Засобами розробленого програмного забезпечення «Графічний аналіз надійності систем» (ГАНС) здійснюється поступове згортання схеми надійності, як це проілюстровано на рис. 2.

За результатами роботи програми отримані значення елементів матриці повної взаємної надійності вузлів схеми (табл.).

Таблиця

Результати розрахунків на ЕОМ схеми надійності

1	0,86	0,76	0,65	0,42	0,38
0,86	1	0,74	0,57	0,41	0,37
0,76	0,74	1	0,77	0,48	0,50
0,65	0,57	0,77	1	0,51	0,39
0,42	0,41	0,48	0,51	1	0,24
0,38	0,37	0,5	0,39	0,24	1

Проведено оцінку отриманих **результатів** відносно середньої схемної надійності кожного вузла:

$$\delta_1 = 307 / 5 = 61,4 \%; \delta_2 = 295 / 5 = 59,0 \%; \delta_3 = 325 / 5 = 65,0 \%$$

$$\delta_4 = 289 / 5 = 57,8 \%; \delta_5 = 206 / 5 = 41,2 \%; \delta_6 = 188 / 5 = 37,6 \%$$

Таким чином, найвищою схемною надійністю характеризується третій вузол, найнижчою – шостий, що складає відповідно 65 % та 37,6 %. Оптимізуючи топологію мережі розподіленого резервування з точки зору надійності її елементів, доцільно перерозподілити надійність на встановленому рівні значень повних **взаємних** надійностей вузлів. Для цього, наприклад, можна передбачити вітку між вузлами 5 та 6 на рис. 1 (найслабкіші вузли з погляду надійності), що посилити загальну надійність схеми.

Як розвиток програми планується в подальших дослідженнях приділяти увагу проектуванню топології мережі залежно від заданих значень надійності вузлів схеми, а також методам складання оптимального плану створення схеми.

У перспективі використання розрахунку надійності схеми лежить врахування вагових коефіцієнтів вузлів, наприклад, для електричних схем пріоритетність вузлів може визначатися за категорією споживача чи за сумарною встановленою потужністю вузла схеми, що впливає на формування збитку, якого зазнають споживачі у випадку недовідпуску електричної енергії в результаті відмови.

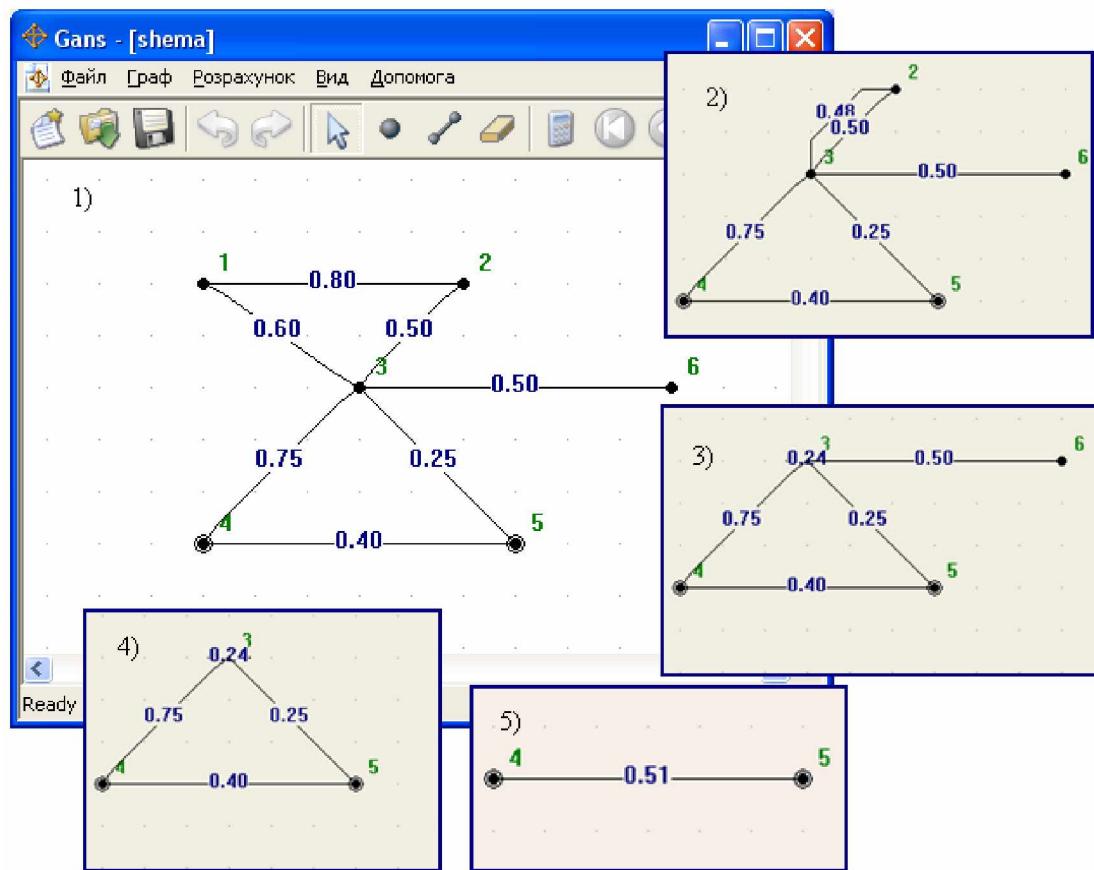


Рис. 2. Ілюстрація покрокового проведення розрахунку в програмі ГАНС

### Висновки

1. У статті проводиться розрахунок надійності схеми з використанням булевої матриці повних взаємозв'язків вузлів. Запропоновано алгоритм розв'язки контурів графа мережі на основі математичних моделей, отриманих за принципом вкладених матриць.

2. Програмна реалізація методу спрощення схем надійності дозволяє здійснити розрахунок показників надійності за принципом вкладених матриць з проведенням матричного аналізу складних структурних схем надійності технічних систем. Контамінаційний підхід щодо єдності графічного та інформаційного відображення надійнісних структур, який запропоновано в програмі, дозволяє скористатися спільним джерелом інформації як для покрокової візуалізації методу розрахунку, так і для формування розрахункової моделі надійності.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Розанов М. Н. Надёжность сетей электрических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 200 с.
2. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. – К.: Техника, 1975. – 768 с.
3. Бевз С. В., Войтко В. В., Лапко В. С. Спрощення структурних схем надійності методом еквівалентних перетворень // Вісник ВПІ: Вінниця. – № 6. – 2003. – С. 298-303.
4. Бевз С. В., Войтко В. В., Томашевський Ю. В. Реалізація принципу вкладених матриць в теорії надійності// Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія: Вінниця. – № 1(5). – 2006. – С. 129-133.

**Бевз Світлана Володимирівна** – доцент кафедри електрических станцій і систем, **Войтко Вікторія Володимирівна** – доцент кафедри програмного забезпечення.

Вінницький національний технічний університет

**Бурбело Сергій Михайлович** – начальник бюро розробки програмного забезпечення та впровадження автоматизованих систем САСК.

БАТ «АК Вінницяобленерго»

Матеріали доповіді розглянуті і рекомендовані до публікації членами наукового комітету конференції д.т.н., професором А.П. Ладанюком і д.т.н., професором П.Д. Лежнюком.